

UNIVERZITA KONŠTANTÍNA FILOZOFA V NITRE
PEDAGOGICKÁ FAKULTA

ROZVOJ GEOMETRICKÉHO MYSLENIA DETÍ
PREDŠKOLSKÉHO VEKU

Bakalárska práca

Študijný program: PEP9b – predškolská a elementárna pedagogika
Študijný odbor: 1.1.5 Predškolská a elementárna pedagogika
Školiace pracovisko: Katedra matematiky, Fakulta prírodných vied
Školiteľ: doc. PaedDr. Gabriela Pavlovičová, PhD.

Nitra 2014

Zuzana Zajacová



Univerzita Konštantína Filozofa v Nitre
Pedagogická fakulta

ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

Meno a priezvisko študenta: Zuzana Zajacová
Študijný program: predškolská a elementárna pedagogika (Jednoodborové štúdium, bakalársky I. st., denná forma)
Študijný odbor: 1.1.5 predškolská a elementárna pedagogika
Typ záverečnej práce: Bakalárska práca
Jazyk záverečnej práce: slovenský

Názov: Rozvoj geometrického myslenia detí predškolského veku

Anotácia: Práca sa zameriava na geometrické myslenie detí a aktivity podporujúce jeho rozvoj, ktoré vychádzajú z teórie van Hieleho. Prostredníctvom didaktických hier budeme skúmať schopnosť detí určovať a popisovať geometrické útvary a ich vlastnosti. Zameriame sa na „jazyk matematiky“ u detí, ich slovné vyjadrovanie a argumentáciu.

Školiteľ: doc. PaedDr. Gabriela Pavlovičová, PhD.

Oponent: prof. RNDr. Ondrej Šedivý, CSc.

Katedra: KM - Katedra matematiky

Vedúci katedry: RNDr. Dušan Vallo, PhD.

Dátum zadania: 28.09.2012

Dátum schválenia: 16.10.2012

RNDr. Dušan Vallo, PhD.
vedúci/a katedry

POĎAKOVANIE

Touto cestou sa chcem srdečne poďakovať mojej školiteľke doc. PaedDr. Gabriele Pavlovičovej, PhD. za jej usmernenia, cenné rady, ochotu a za jej odborné vedenie pri písaní bakalárskej práce.

ABSTRAKT

ZAJACOVÁ, Zuzana: *Rozvoj geometrického myslenia detí predškolského veku.* [Bakalárska práca] / Zuzana Zajacová - Univerzita Konštantína Filozofa v Nitre. Pedagogická fakulta. Katedra pedagogiky. Školiteľ: doc. PaedDr. Gabriela Pavlovičová, PhD. Stupeň odbornej kvalifikácie: Bakalár /Bc./ Nitra: PF UKF, 2014. 51 s.

Cieľom bakalárskej práce je popísať geometrické myslenie detí predškolského veku; aktivity, ktoré podporujú jeho rozvoj a zároveň realizovať vybranú didaktickú aktivitu s deťmi v materskej škole. Práca je rozdelená na teoretickú a praktickú časť. Prvá časť je zameraná na popis teoretických otázok v oblasti geometrie, geometrického myslenia, predstáv a pojmov u detí predškolského veku a predovšetkým na celkový rozvoj geometrického myslenia. Taktiež sú v nej zachytené i jednotlivé úrovne myslenia podľa van Hieleho. V praktickej časti je charakterizovaná didaktická hra „Hádaj na čo sa pozerám“ ako prostriedok na skúmanie slovného vyjadrovania a argumentácie detí pri opisovaní jednotlivých geometrických útvarov a ich vlastností. Bližšie ponúka samotný priebeh, výsledok a celkové zhodnotenie zvolenej didaktickej hry realizovanej v materskej škole, na základe ktorej je možné skúmať a priebežne zaznamenávať posun geometrického myslenia detí predškolského veku.

Kľúčové slová: geometrické myslenie, úrovne myslenia, geometrické predstavy, predškolský vek, didaktická hra

ABSTRACT

ZAJACOVÁ, Zuzana: *Development of Geometrical Thinking of Preschool Children*. [Bachelor thesis] / Zuzana Zajacová - Constantine the Philosopher University in Nitra. Faculty of Education. Department of Education. Tutor: doc. PaedDr. Gabriela Pavlovičová, PhD. Degree of professional qualification: Bachelor /Bc./ - Nitra: PF UKF, 2014, 51 p.

The aim of this bachelor work is to describe geometrical thinking of preschool children; activities, that support its development and at the same time realized chosen didactic activity with children in preschool. The work is divided into theoretical and practical part. The first part describes theoretical questions in geometrical department, geometrical thinking, imaginings and ideas of preschool age and first of all the development of geometrical thinking. Although, there are received all levels of thinking by van Hiele. In the practical part there is characterized a didactic game called "Guess on what I am looking at" and it is like an instrument for exploration of verbalization and children reasoning's on describing several geometrical shapes and their features. It closely abets the alone process, result and whole evaluation of chosen didactic game realized at infant school, on the basis which can be possibly explore and denote the advance of geometrical thinking at preschool children.

Keywords: geometrical thinking, levels of thinking, geometry concepts, the preschool age, didactic game

OBSAH

ÚVOD.....	7
1 GEOMETRIA A GEOMETRICKÉ PREDSTAVY.....	9
1.1 Geometria ako disciplína matematiky.....	9
1.2 Geometrické predstavy a vznik pojmov v geometrii	10
1.3 Poznávací proces dieťaťa	11
1.4 Predstavy v predškolskom veku.....	13
1.5 Vývin chápania geometrických pojmov u detí predškolského veku.....	15
2 ROZVOJ GEOMETRIKÉHO MYSLENIA.....	19
2.1 Svet geometrie a rozvoj geometrických predstáv u detí	19
2.1.1 Geometrické predstavy 3 – 4 ročných detí	21
2.1.2 Geometrické predstavy 4 – 5 ročných detí	21
2.1.3 Geometrické predstavy 5 – 6 ročných detí	22
2.2 Úrovne geometrického myslenia.....	23
2.2.1 Úrovne geometrického myslenia podľa van Hieleho	24
2.2.2 Úrovne geometrického myslenia podľa A. A. Stolyara.....	26
2.3 Aktivity podporujúce rozvoj geometrického myslenia v predškolskom veku.....	27
3 PRAKTICKÁ ČASŤ	30
3.1 Didaktická hra „Hádaj na čo sa pozerám“	30
3.2 Realizácia didaktickej hry „Hádaj na čo sa pozerám“	31
3.2.1 Priebeh didaktickej hry u detí vo veku 5 rokov	33
3.2.2 Priebeh didaktickej hry u detí vo veku 6 rokov	38
3.3 Vyhodnotenie hry.....	44
ZÁVER.....	47
ZOZNAM POUŽITEJ LITERATÚRY	49

ÚVOD

Najdôležitejšou a nenahraditeľnou činnosťou v jednotlivých vývinových obdobiach dieťaťa je hra, ktorá ho sprevádza už od najútlejšieho veku. Je akýmsi prostriedkom, ktorý dieťaťu plnohodnotne zaručuje a ponúka získavanie skúsenosti s okolitým svetom, spoznávanie, objavovanie, učenie sa novým poznatkom, vedomostiam, schopnostiam a zručnostiam, ale i vytváranie medziľudských vzťahov. Hra človeka sprevádza po celý život.

Predškolská výchova by mala zabezpečiť širokú paletu vedomostí každému dieťaťu. Jednou dôležitou časťou tejto palety je i oblasť rozvoja geometrického myslenia a predstáv detí predškolského veku. S matematikou a jej neoddeliteľnou súčasťou - geometriou sa stretávame v každodennom živote. Je teda nevyhnutné, aby sme u detí v tomto období rozvíjali také potrebné vedomosti a zručnosti v oblasti geometrie, aby ich mohli zmysluplne využívať vo svojom ďalšom vzdelávaní.

Cieľmi práce je:

- popísať rozvoj geometrického myslenia a predstáv u detí predškolského veku, ale i aktivity, ktoré vychádzajú z teórie van Hieleho, a podporujú rozvoj tohto myslenia,
- pripraviť didaktickú hru zameranú na skúmanie „jazyka matematiky“ u detí, ich argumentáciu a slovné vyjadrovanie pri opisovaní jednotlivých geometrických útvarov a ich vlastností.
- realizovať didaktickú hru a zaznamenať jej prípravu, priebeh, výsledok a zhodnotenie skúmania geometrických pojmov u detí v predškolskom veku.

Prvá kapitola preto ponúka nahliadnutie do sveta geometrie či poznávacieho procesu a predstáv u detí. V druhej kapitole je vyčlenený priestor na opísanie a „vcítanie sa“ do geometrického myslenia detí a tiež je zameraná na slovné pojmy, ktoré sú pre dané vekové obdobia charakteristické, a ktorými by malo dieťa v danom veku disponovať. Podávame i charakterizáciu úrovni geometrického myslenia podľa van Hieleho a aktivity, ktoré jeho rozvoj podporujú.

Praktická časť je venovaná didaktickej hre, ktorá tvorí náplň cieľa práce. Tak ako rastliny potrebujú pre život vodu, tak si dieťa potrebuje svoje vedomosti prakticky aplikovať vo svojom detskom svete. Ak vytvoríme pre dieťa dostatočný priestor a čas na hru, posúvame ho akoby do ďalšej etapy geometrických vedomostí a taktiež rozvoja geometrického myslenia. Pomocou didaktickej hry charakterizovanej v tretej kapitole

môžeme nazerať na kognitívny posun či rozvoj geometrického myslenia v zvolených vekových obdobiach. V kapitole je venovaný priestor opisu didaktickej hry aplikovanej v materskej škole, jej realizácii, samotnému priebehu a výsledku v jednotlivých vekových obdobiach dieťaťa.

1 GEOMETRIA A GEOMETRICKÉ PREDSTAVY

1.1 Geometria ako disciplína matematiky

„Neexistuje ani jedna oblasť matematiky, nech by bola akokoľvek abstraktná, ktorá by sa raz nedala aplikovať na javy reálneho sveta.“

N. I. Lobačevskij

Každá disciplína sa podieľa na spracovávaní príslušných pojmov, má svoju terminológiu, študuje vzájomné vzťahy, určité vlastnosti, má svoj predmet bádania i obsahovú a cieľovú náplň. Takouto disciplínou je aj geometria.

Geometria je najstaršia disciplína v systéme matematických vied a je označovaná ako najtvorivejšia časť v oblasti matematiky. Z gréckeho slovného spojenia *hé gé meteón* znamená geometria vymieranie pozemku za pomoci lana.

„Geometria je časť matematiky, ktorá sa zaoberá štúdiom vlastností bodov, priamok, kriviek, rovinných obrazcov, rovín a telies.“ (Jones, C. - Clamp, P. 1999, s. 35)

Geometria nám poskytuje hodnotný pohľad na svet. Obklopuje nás a môžeme ju nachádzať v jednotlivých štruktúrach, kameňoch, kvetoch či zvieratách. V minulosti bolo rozvíjanie geometrie späté s Egyptom, Babylonom, Čínou či Indiou, i keď jej teoretické základy pramenia z Grécka. Veľkú prácu pri budovaní geometrie odviezol starogrécky bádateľ Euklid, ktorý vo svojom diele „Základy“ písal o poznatkoch z elementárnej geometrie. Vtedy bolo jeho veľké dielo unikátnou učebnicou geometrie. (Šedivý, O. - Vallo, D., 2009) Dnes je už mnoho kníh, internetových zdrojov, učebníc či dokumentov, ktoré nás učia geometrickým poznatkom, dôležitých ako aj na vzdelávanie sa, tak aj v praktickom živote.

„Geometria poskytovala prostredie na „trénovanie“ mozgu, rozvíjanie schopnosti dedukcie, odhaľovanie súvislostí, tvorenie, formulovanie a overovanie hypotéz, argumentovanie a i.“ (Hejný, M. a kol., 2004, s. 133)

Pestrosť či bohatosť tejto matematickej disciplíny rozvíjala tvorivosť žiakov či už pri hľadaní stratégií, odhaľovaní a zdôvodňovaní vzťahov medzi objektmi alebo riešení zložitých úloh v oblasti strojárstva, stavebníctva a astronómie. (Šedivý, O. a kol., 2010)

1.2 Geometrické predstavy a vznik pojmov v geometrii

Geometrické predstavy sa začali utvárať v dávnej dobe. K dejinám rozvíjania geometrických predstáv sa pripisuje ľudská práca i množstvo drobných úkonov ľudí. (Šedivý, O. a kol., 2010)

Vo viacerých literatúrach by sme sa dočítali, že za pomoci zákonov logiky odkrývalo ľudské myslenie nové geometrické poznatky a tak sa rozvíjala náplň i obsah geometrie.

Vo svojej začiatkovej etape mala geometria len akýsi povrchný či empirický charakter, čo znamenalo, že jej prostriedky, pomocou ktorých sa riešili všeobecné úvahy boli značne obmedzené i keď boli k úvahám vtedajšej spoločnosti na patričnej úrovni.

Geometriu môžeme považovať za výsledok dlhodobej práce na jednej strane ľudského myslenia a na druhej, za ukazovateľa úspechov myslenia. Treba preto klásť dôraz, že geometrické učivo je vhodné na to, aby sa na ňom akoby precvičovalo a zdokonaľovalo ľudské myslenie. A to ako aj z konštrukčnej, tak aj z logickej stránky. „Určitá predstava o geometrických formách je predpokladom toho, aby si človek vedel zostrojiť a zhotoviť pracovné nástroje od najjednoduchších nástrojov osobnej potreby až po najmodernejšie stroje potrebné pri rôznej kolektívnej spoločenskej práci.“ (Svitek, V., 1969, s. 9)

Môžeme tvrdiť, že budovanie geometrických predstáv či geometrického myslenia je založené na priestorových skúsenostiach s predmetmi. Z toho usudzujeme, že o všetkých geometrických objektoch, vetách či pojmoch vyplýva, že sú akýmsi odrazom hmotných predmetov, ale tiež odrazom vlastností týchto predmetov a vzťahov medzi nimi. Do popredia vystupuje abstrakcia, ktorá poskytuje možnosť, aby priestorové vlastnosti akýchkoľvek hmotných predmetov či vecí mohli vystúpiť v skutočnej forme. Čo presnejšie znamená, že by tvorili náplň pre pôsobiacu disciplínu, akou je geometria. (Svitek, V., 1969)

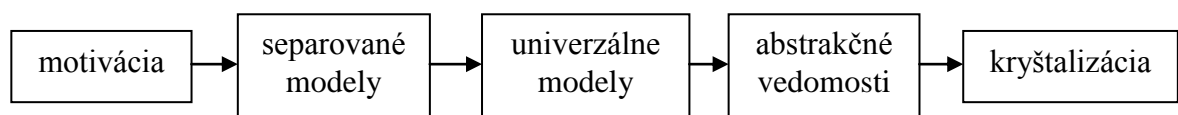
Z histórie už vieme, že pojmy z matematiky boli vyňaté z vonkajšieho sveta a že základom toho boli praktické skúsenosti našich predkov. Ako príklad by sme mohli uviesť pojem – celé číslo, ktoré odráža skutočnú vlastnosť určitého súhrnu predmetov, čiže počet predmetov v nejakom uvažovanom súhrne. Odrážanie prírody však patrí k zložitým historickým procesom abstrakcie v súčasnej matematike, ktoré sú viacstupňové a nevznikajú len ako priame kópie skutočnosti, ale za pomoci radu akýchsi medzistupňov. A to na základe hotových abstrakcií. Takýmto príkladom by mohlo byť to, že aj reálne čísla nemali dlhú dobu reálne zdôvodnenie. Čiže neexistovali samé v prírode, ale spájali sa

s niečím hmotným. Až neskôr sa našlo pre nich zobrazenie napr. pomocou vektorov či bodov v rovine. Preto tieto čísla našli zakotvenie aj v iných odboroch nielen v matematike, napr. v aerodynamike a v elektrotechnike. (Svitek, V., 1969)

Tieto dva príklady nám ukazujú podľa V. Sviteka (1969), že matematika má vnútorné potreby, ktoré sa dožadujú riešenia abstraktných úloh a príkladov. Je dôležité podotknúť, že vývoj matematiky, ako aj vývoj iných vied nevedie len už k spomenutému odrážaniu prírody, ale tiež zahŕňa v sebe aj vytváranie abstrakcií, nových pojmov a zakladanie nových teórií.

1.3 Poznávací proces dieťaťa

Keby sme brali matematiku ako celok mohli by sme povedať, že je síce spojená s praxou, ale toto spojenie s praxou môže závisieť od radu medzistupňov, hoci nemusí byť bezprostredné. (Svitek, V., 1969) V rámci toho sme sa zamerali na poznávací proces dieťaťa v predškolskom veku spracovaný podľa M. Hejného a F. Kuřinu (2001). Predstavy o matematických či geometrických pojmoch sa začínajú v tomto období rodiť priamo v kontakte dieťaťa s realitou ich sveta. Dieťa poznáva svet pri riešení problémov všetkými zmyslami a tak nadobúda skúsenosti. Dôležitá tu je premena skúsenosti v nejakú novú kvalitu, nový pojem. Tento okamih nazývame abstrakčným zdvihom, ktorý predstavuje pocit objaviteľského šťastia v psychike dieťaťa. Týmto zdvihom sa ukončuje etapa pokusu – omylu, na základe ktorého zaraďuje dieťa objekty do určitých súborov. Napríklad: dieťa, ktoré nemá upriamenú pozornosť na učiteľku, informáciu neprijíma. Dieťa, ktoré prijme len akúsi časť informácie, uloží si ju do pamäti ako izolovaný poznatok. Dieťa s upriamenou pozornosťou informáciu nielen prijme, ale i spracuje. To znamená, že si ju prepojí vo svojom vedomí s inými poznatkami. Ide o spracovanie informácie na predstavu. K zaradeniu novej predstavy dochádza vtedy, keď je nová informácia následne prijatá. K bližšiemu popisu sme zaradili schému poznávacieho procesu podľa M. Hejného a F. Kuřinu:



Jadro poznávacieho procesu tvoria dva abstrakčné zdvihy. Prvý vedie od separovaných k univerzálnym modelom a druhý od univerzálnych k abstrakčným vedomostiam. Preto M. Hejný a F. Kuřina (2001) hovorí, že:

- motivácia predstavuje úspešný štart a predpoklad procesu učenia. Dieťa je zvedavé, má potrebu poznávať veci, ktoré ho obklopujú a preto je dôležité uspokojiť jeho záujmy, pretože jeho potreba poznania môže zostať nenaplnená.
- separované modely chápeme ako etapu hľadania, ako prostriedok na „vyznanie sa v situácií“, organizujeme svoje skúsenosti tak, aby sme ich čo najlepšie poznali, čím vytvárame oddelené pohľady na problém (napr. 5-ročné dieťa vie, že Anička a Janko sú deti a pani Nováková a Petrová sú ich mamy; rozumie vete, že všetky deti pôjdu spať a iba Janka pôjde po obede domov; staršie dieťa spočíta niekoľkokrát spolu 2 bábiky a 3 bábiky, 2 bombóny a 3 bombóny. To všetko sú separované modely.
- univerzálne modely znamenajú nachádzanie spoločnej podstaty separovaných modelov a ich vzájomné súvislosti, napr. keď dieťa pri zadaní rovnakého príkladu „koľko je spolu 2 jahody a 3 jahody“, ktoré nevidí začne počítat' na prstoch. Tu dochádza k abstrakčnému zdvihu.
- abstrakčné vedomosti – na etapu abstrakčných vedomostí sa dieťa dostáva na základe druhého abstrakčného zdvihu. Môžeme to objasniť rovnakým príkladom, že 2 a 3 jahody bude zakaždým 5. Presnejšie to znamená, že dieťa na tejto úrovni vie, že 2 a 3 je vždy 5.
- kryštalizácia - predstavuje vstup novej znalosti dieťaťa do kognitívnej štruktúry, ktorá sa začína prepojiť už s existujúcimi poznatkami.

Nie každý poznávací proces prechádza všetkými piatimi etapami. Posuny z jednej etapy do druhej nie sú vekovo ohraničené. Každý však musí obsahovať aspoň etapu separovaných modelov a jeden zdvih. Jednotlivé etapy poznávacieho procesu od najnižšej, a zároveň najdôležitejšej etapy až po etapu kryštalizácie rozoznávame aj v kognitívnej štruktúre dieťaťa v posune jeho geometrického myslenia. Cesta k matematike a teda aj ku geometrii nevedie zhora, od hotovej štruktúry, ale postupnou cestou konštruovania matematického či geometrického sveta. Tu je dôležité popísať ďalšie potrebné súvislosti s geometrickými pojmami v predškolskom veku. (Hejný, M. – Kuřina, F., 2001)

Matematické či geometrické pojmy sú nám vštepované už od útleho veku. Stretávame sa s nimi v každodennom živote a preto je nevyhnutné vysvetliť obdobie v živote dieťaťa ako je predškolský vek a čo všetko sa skrýva za slovami predškolská výchova.

„Ako predškolský vek je označovaná vývinová perióda medzi tretím a šiestym rokom života človeka.“ Vágnerová, (1997, In: Dočkal, V., 2000, s. 17) V troch rokoch prichádza dieťa z rodinného prostredia do prostredia materskej školy. V šiestich rokoch prechádza z materskej školy opäť do nového prostredia základnej školy, kde sa musí opäť prispôbovať novým podmienkam a začleniť sa do novej spoločnosti. Tieto tri predškolské roky sú charakteristické najmä aktivitou dieťaťa, vďaka ktorej deti vstupujú do nových vzťahov, oboznamujú sa s novými predmetmi a situáciami, emocionálne sa osamostatňujú či rozvíjajú sa ich rozumové schopnosti. (Dočkal, V., 2000)

Predškolský vek je podľa koncepcie J. Piageta s B. Inhelderovej (1997, In: Dočkal, V. 2000, s. 17) „obdobím názorného myslenia, ktoré je emocionálne podfarbené a nepodlieha logickým zákonitostiam. Opiera sa o konkrétne predmety a obrazy. Ich odraz vo vedomí dieťaťa je skreslený vlastným, subjektívnym videním.“ Tiež je výrazná väzba na prítomnosť – aktuálne stavy vecí a deti sa v tomto období zameriavajú na detaily, ale naopak nevšímajú si, aký význam má celok. Materská škola by mala poskytovať rozvíjanie schopností a spôsobilostí, ktoré sú pre deti potrebné, podnecujú ich osobnosť a sú potrebné i pre úspešný postup v ďalšom vývinovom období. (Dočkal, V., 2000)

Predškolská výchova zahŕňa v sebe nenahraditeľný proces, kde sa dieťa učí novým poznatkom, vedomostiam i skúsenostiam, kde sa formuje a rozvíja jeho osobnosť a kde už ako sme vyššie spomenuli si dieťa utvára medziľudské vzťahy dôležité pre jeho život. Hlavnou úlohou predškolskej výchovy je, aby sme u detí vzbudzovali zvedavosť a aktivitu pri získavaní poznatkov a rozvíjali ich poznávacie procesy. (Bartušková, M., 1970)

1.4 Predstavy v predškolskom veku

Pod pojmom predškolská výchova je v rámci matematiky či geometrie dôležité zahrnúť aj predstavy u detí. Ide v nej o utváranie základných matematických predstáv a predovšetkým o to, ako naučiť deti v predškolskom veku aby vedeli pozerieť na svet na základe poznaných vzťahov, súvislostí, skúseností či využitia zákonov myslenia. (Divíšek, J., 1987)

„Predstavy sú mentálne reprezentácie vecí, predmetov, udalostí, scenérií, ktoré v okamihu reprezentácie nie sú vnímané zmyslovými orgánmi, no týkajú sa všetkých sensorických modalít. Predstavivosť môžu reprezentovať aj javy, s ktorými sme sa nikdy zmyslovo nestretli a dokonca aj javy, ktoré okrem mysle človeka vôbec neexistujú.“ Sternberg, R. J. (2001, In: Duchovičová, J. – Lazíková, A. 2008, s. 117)

Predstavy v predškolskom veku sú neodmysliteľnou súčasťou psychického života dieťaťa, pretože dieťa v tomto období poznáva svet a skutočnosť vníma prostredníctvom názorných obrazov a predstáv. (Bartušková, M., 1970)

Matematické predstavy určitých objektov sa vytvárajú už v útlom detstve, kedy je základom zmyslové odrážanie (čiže pocity, vnemy). Pomocou nich sa dá narábať s obrazmi predmetov a tiež poskytujú myšlienkovú činnosť v matematike. Aby sme sa vedeli orientovať v priestore, vyžaduje si to manipulovať so svojimi predstavami, napr. otáčať ich alebo škálovať.

K základným metódam vytvárania matematických pojmov patrí analýza, syntéza, abstrakcia, indukcia, dedukcia a zovšeobecnenie. K matematickým predstavám zaraďujeme obrázkové grafy, zoraďovanie, zoskupovanie, počítanie, rozpoznávanie tvarov a i. Môže sa stať, že deti môžu mať problém s utváraním matematických predstáv, napr. nevedia priradiť hodnotu k číslam, alebo majú problém s priestorovou orientáciou. Preto je nevyhnutné, aby sme predstavy začali rozvíjať v predškolskom veku. (Duchovičová, J. – Lazíková, A. 2008)

Jednou z teórií o vytváraní predstáv je hypotéza dvojitého kódovania, ktorú navrhol A. Paivio. Hovoríme o nej vtedy, keď chceme použiť na reprezentáciu poznatkov či vedomostí predstavy a slovné vyjadrenia. Takéto reprezentácie môžu zorganizovať informácie do poznatkov, a s týmito poznatkami môžeme neskôr pracovať (neskôr si ich vybavíme, uložíme do pamäti). Na druhej strane však môžu byť slová, ktoré sú reprezentované v pamäti pod symbolickým kódom. Keby sme si predstavili mačku a chceli by sme odpovedať na otázky ako: „Aké majú uši mačky? Chytí si mačka ústami chvost?“ Vtedy si pred odpoveďou predstavíme mačku a po preskúmaní vieme odpovedať na otázku. Naopak, pri iných odpovediach k otázke: „Akú potravu je mačka najčastejšie?“ nám už predstava nepomôže, ale na reprezentáciu poznatkov použijeme inú.

Ďalšou teóriou autorov J. Andersona a G. Bowera je výroková hypotéza, podľa ktorej nepoužívame predstavy k prezentácii poznatkov. Poznatky si ukladáme do výrokov, ktoré predstavujú realitu. Vznik predstáv je daný na základe poznatkov/výrokov, ktoré sú uchované v našej pamäti. Aj na základe takýchto teórií o vytváraní a reprezentácii predstáv si môžeme u detí všimnúť pri rôznych aktivitách aké kódovanie je typické pri daných činnostiach. (Duchovičová, J. – Lazíková, A. 2008)

Uviedli sme dve odlišné poňatia autorov o vytváraní predstáv, čiže na akom princípe môžu vznikať u detí v mysli predstavy. Spomenuli sme geometriu ako dôležitú disciplínu matematiky, vznik pojmov v geometrii, geometrické predstavy v dávnej minulosti, ich vytváranie či charakteristiku a v neposlednom rade predstavy u detí predškolského veku. Dôležité je nezabudnúť, aký je vývin chápania geometrických pojmov u detí v predškolskom veku. V literatúre však možno v tomto smere nájsť podstatne menšie množstvo údajov, ako sú spracované poznatky o vývine chápania pojmov z aritmetiky.

1.5 Vývin chápania geometrických pojmov u detí predškolského veku

„Či sme doma, či kráčame po schodoch, prechádzame cez ulicu, všade potrebujeme merať vzdialenosť očami a chápať matematické vzťahy.“ M. Montessoriová

Utváranie a skvalitňovanie matematických predstáv detí v predškolskom období by sa nemalo obmedzovať iba na predstavy o počtoch. Dôležité je zamerať pozornosť i na geometrické predstavy. Tieto elementárne poznatky z geometrie môžeme rozdeliť do nasledovných oblastí:

- a) geometrické útvary v podobe tvarových vlastností predmetov,
- b) jednoduché merania a porovnávanie dĺžok,
- c) orientácia v priestore a v rovine. (Divíšek, J., 1987)

Deti sa oboznamujú s geometrickými poznatkami predovšetkým prostredníctvom hier a manipulačných cvičení. Cieľom je ovládať potrebný aparát, aby dieťa pochopilo priestorové vzťahy v skutočnom svete. Oboznamujeme ich s geometrickými pojmami prirodzeným spôsobom, intuitívne, nie formou výkladu a metód používaných v škole. Navodzujeme im situácie, v ktorých sa môžu geometricky vyjadrovať, a to i vtedy, keď ich prejav po odbornej stránke nebude správny. Bude vyjadrovať ich aktuálnu úroveň predstáv a tiež stupeň abstrakcie pri utváraní geometrických pojmov. (Divíšek, J., 1987)

Pokiaľ by sme hovorili o schopnosti rozlišovať jednoduché geometrické útvary (trojuholník, štvorec, kruh) zistili by sme, že ak je dieťa primerane podnecované zo strany prostredia, táto schopnosť sa následne rozvíja medzi 2. – 6. rokom života. Dvojročné dieťa na primerane rozumovo vyvinutej úrovni by už malo vedieť vložiť vystrihnuté formy kruhu, štvorca a trojuholníka do príslušných otvorov drevenej dosky. Pri hrách preto pociťujú prirodzenú potrebu pomenovať rozličné predmety a rozlišovať ich nielen na

základe farby, ale aj podľa veľkosti a tvaru. Tiež sa ukázalo, že u detí môže výrazne ovplyvniť toto vnímanie tvarov farba predmetov. Keby sme dali dieťaťu roztriediť väčšie množstvo predmetov rôznych geometrických tvarov, pričom by bol každý geometrický útvar v rozličných farbách, dieťa by vyriešilo úlohu na základe jeho rozumovej vyspelosti. Deti mladšie ako tri roky by triedili predmety skôr podľa tvaru než podľa farby a deti medzi 3. – 6. rokom života by dali naopak, prednosť deleniu predmetov podľa farby. A napokon deti staršie ako 6 rokov by sa rozhodli triediť predmety podľa formy. Zaujímavé v tomto smere je, že či sa deti rozhodnú pri triedení pre farbu a či pre formu ako jedno z východísk riešenia, neberú do úvahy naraz nikdy obidva tieto momenty. (Divíšek, J., 1987)

U týchto detí sa predpokladá osvojenie si názvov ako je trojuholníkový, kruhový, štvorcový a obdĺžnikový tvar, ktoré používajú aj keď ide o trojrozmerné telesá. V hrách im však tieto názvy nepostačia. Spontánne používajú aj svoje „vlastné“ názvy, ktoré sa utvárajú v komunikácii v rodine či detskom kolektíve. Sú to slová ako napr. hviezdíčka, hríbik, vajíčko, mesiačik a pod. Ak je tvorenie týchto slov funkčné a zodpovedá i požiadavkám, ktoré sa kladú na dorozumievanie či triedenie, nemali by sme u detí obmedzovať ich snahu o presnosť geometrického vyjadrovania. Cieľom nie je zvládnuť terminológiu, ale skôr diferenciaciu tvarov. Podobne je to aj pri pomerne skorom používaní názvov guľa a valec, kým pre pojem kocka a kváder si deti ponechávajú rovnaký názov kocka. Rozlišujú však tenkú, dlhú, malú, veľkú kocku ako určité špecificky označené rôzne tvary. Tu používajú opäť svoje vlastné názvy pre tvary týchto telies, ktoré majú presné vymedzenie (napr. pri hre so stavebnicou – strieška, stĺpik, vežička). Pri rozvíjaní predstáv o geometrických útvaroch nie je charakteristická iba pojmotvorná funkcia, ale majú sa sledovať funkcie konštrukčné a metrické. Napr. pri hre so stavebnicou sa deti môžu dostať do situácie, keď nemajú k dispozícii ďalšiu kocku a musia ju nahradiť menšími kockami, ktoré zložia tak, že kocku, ktorá im chýba nahradia týmito menšími. (Divíšek, J., 1987)

V období okolo 5. roka života sa začínajú objavovať problémy s rozlišovaním pravej a ľavej strany, ale zásadnejšie sa rozvíja až medzi šiestym a siedmym rokom. S tým súvisiace sú u detí ťažkosti pri rozlišovaní svetových strán. Aj keď môžu vedieť ukázať napr. juh a východ, nemusia byť schopné určiť napr. juhovýchodný smer. Môžu sa vyskytnúť i ťažkosti pri udávaní správnych smerov na označenie polohy nejakého oporného bodu alebo bodov. Podľa výskumov môžeme naznačiť, že ak by išlo

o priestorovú orientáciu, dievčatá by v tomto smere oproti chlapcom toho istého veku vykazovali nižšiu úroveň.

Na rozdiel od schopnosti hodnotenia smerov sa schopnosť určovať vzdialenosti rozvíja rýchlejšie. Tu sa štvorročné dieťa podobá dospelému. Pokiaľ však ide o postihovanie hĺbky, jeho vývin je oveľa pomalší. Dieťa vo veku 5 – 6 rokov má ešte stále ťažkosti s určovaním troch rozmerov na predmete. Ale napr. rýchlosť nejakých dvoch predmetov v pohybe už porovnáva dôkladne. Medzi tretím a štvrtým rokom začína chápať pomerom veľkostí predmetov. Vie teda z nejakého počtu predmetov rôznej veľkosti vybrať najmenší a najväčší predmet. Predmety strednej veľkosti vie vybrať dieťa až v piatom roku, kedy však predmety medzi sebou musia byť podstatne veľkosťou odlišné. Čím by boli rozdiely predmetov vo veľkosti menšie, tým by dieťa malo problém vyčleniť ich. Problémy môžu nastať aj vtedy, keď má dieťa porovnávať veľkosti dvoch alebo aj viacerých predmetov, keby sme mu predložili rozlične tvarované predmety. Pri určovaní strednej veľkosti predmetov nadobudne dieťa istotu až približne pred desiatym rokom života. Praktickým príkladom pri jednoduchom meraní v predškolskom veku je meranie dĺžky na základe porovnávacej metódy. Dieťa vyhľadáva a zhotovuje predmety, ktoré majú rovnakú dĺžku. V stavebniciach či skladačkách sú zvyčajne zhodné predmety, ktoré majú zhodnú farbu, čo deťom uľahčuje prácu. Zložitejšou situáciou je pre ne, keď majú spraviť pásiky papiera s rovnakou dĺžkou podľa vzoru. Pri meraní sa dopúšťajú chýb. Keby dieťa meralo podľa rovnakého vzoru, urobené pásiky budú rovnako dlhé. Ak by však práve zakaždým zhotovený pásik bol vzorom pre ďalší pásik, mal by inú dĺžku. Deti predškolského veku merajú porovnávaním a používajú neštandardné jednotky ako je ceruzka, tyč, krok, guľka, švihadlo, kocka a pod. Merajú či už pri hrách vonku, pri vytyčovaní ihriska, bránky, alebo pri rozdeľovaní stuhy. Dôležitým činiteľom je motivácia. Čím je motivácia silnejšia, tým deti prejavujú väčšiu presnosť a vynakladajú väčšie úsilie.

Pri odhadovaní veľkosti tela deti v období predškolského veku vedia už rozoznať, že otec je vyšší ako matka a že ony sú nižšie, alebo menšie ako ich rodičia. Zaujímavé v tomto období je, že deti za vyšších príslušníkov považujú iné pohlavie, ako sú ony samy. (Košč, L., 1972)

Treba poznamenať, že vývin chápania u detí predškolského veku má vymedzené obdobia, kedy vystupuje do popredia tá ktorá funkcia a kedy dieťa možno vo vývine zaostáva. Jedným z činiteľov, ktoré môžu aspoň z časti ovplyvniť tento vývin môžeme zaradiť podnetnosť či bohatosť prostredia dieťaťa, jeho skúsenosti a biologicky určené

procesy zrenia. Dôležitá je najmä vlastná činnosť dieťaťa, jeho skúsenosť využitia geometrických poznatkov nielen v komunikácii ale aj v praktickom živote.

2 ROZVOJ GEOMETRIKÉHO MYSLENIA

2.1 Svet geometrie a rozvoj geometrických predstáv u detí

„Didaktika je umenie ako dobre učiť. Učiť znamená pôsobiť, aby tomu, čo niekto vie, sa naučil aj iný a vedel to.“ J. A. Komenský

Obdobie predškolského veku je tzv. senzitívnym obdobím dieťaťa, v ktorom je veľmi dôležitou úlohou učiteľa podchytiť jeho motiváciu, záujem a spontánnosť v učení, jeho schopnosti a zručnosti či potenciál jeho osobnosti. Výrok významného pedagóga J. A. Komenského na začiatku kapitoly hovorí o tom, že učiteľ otvára deťom akúsi cestu k tomu, aby mohli plnohodnotne nadobúdať vlastné skúsenosti ale tiež o tom, že učiteľ je ten, kto má skúsenosti podávať ďalej. Oblasť geometrie, ktorá tvorí jeden z pilierov matematiky ponúka dieťaťu na rozdiel od aritmetiky širšiu paletu možností kultivácie jeho intelektu. Tu vstupuje do popredia aj priestor pre tvorivosť. S ním súvisí i rozvoj geometrického myslenia detí predškolského veku. Vo svete aritmetiky je tvorivosť zameraná na odhaľovanie rôznych vzťahov medzi objektmi, ktoré už existujú. V geometrii však dieťa objavuje stále nové objekty. Sú to práve také, s ktorými sa zatiaľ nestretlo. Jeho poznanie je späté s **poznávaním v činnosti**. Dieťa toto poznanie nedokáže nejako sformulovať a tiež nepozná pojmy, ktoré sú potrebné k formulácii. Napríklad, keď sa dieťa snaží postaviť vežu z kociek, kocka niekedy spadne a naopak, niekedy sa udrží. Opakovanou manuálnou skúsenosťou sa vo vedomí dieťaťa vytvára poznanie, že veža bude vtedy pevná, keď steny dvoch kociek budú nad sebou dobre priliehať. Príkladom môže byť i kotúľanie lopty, prekladanie papiera či kinestetické aktivity orientované ako pohyby rukou, nohou a celého tela. Keby sme toto všetko zhrnuli do jedného celku, mohli by sme povedať, že predstavy, ktoré sa budujú v priebehu tejto činnosti vo vedomí dieťaťa, sú dôsledkom procesu zvnútornenia javu. Podobným spôsobom vzniká vo vedomí dieťaťa predstava pri kotúľaní lopty, pri pojme smeru stúpania po schodoch alebo pri sánkovaní.

Geometria však nehovorí len o poznávaní tvarov a jej sprievodných javov. Jej podstatu tvoria vzťahy, ktoré platia medzi týmito objektmi. (Hejný, M. a kol., 2004)

Z toho všetkého vyplýva, že v predškolskom vzdelávaní je významnou a žiaducou súčasťou výchovno – vzdelávacej činnosti rozvíjanie matematických a geometrických predstáv a pojmov. Dieťa prichádza do materskej školy z rodinného, domáceho prostredia do materskej školy s určitými skúsenosťami. Tie, ktoré sú potrebné pre rozvíjanie

geometrických predstáv a geometrického myslenia je potrebné a dôležité cieľavedome využívať.

Cieľom rozvíjania a utvárania základných geometrických predstáv detí v predškolskom veku je najmä:

- získavať určité skúsenosti a následne objavovať vzťahy okolitého sveta medzi objektmi,
- rozvíjať u týchto detí špecifické matematické schopnosti či priestorovú predstavivosť,
- formovať základné matematické operácie,
- rozvíjať a podnecovať tvorivé myslenie,
- budovať a rozvíjať samostatné riešenie konkrétnych problémov,
- rozvíjať komunikačné schopnosti. (Orelová, D., 2013)

Geometrické myslenie a predstavy, ktoré sme bližšie opísali v prvej kapitole môžeme v predškolskom veku najviac utvárať a rozvíjať manipuláciou s predmetmi pomocou rôznych neštandardných úloh zameraných na rozvoj zručnosti, tvorivosti, ale tiež logického myslenia a z hľadiska geometrie predovšetkým na rozvíjanie priestorovej predstavivosti. Ďalej na rozvíjanie geometrického myslenia a predstáv slúžia rôzne didaktické hry či pracovné listy. Aby sme mohli určiť, ktoré didaktické hry, príklady alebo úlohy sú primerané veku a kognitívnej vybavenosti u detí je dôležité zohľadniť určité kritériá, ktoré sú typické pre každú vekovú skupinu v predprimárnom vzdelávaní.

Ako uvádzajú J. Bednářová a V. Šmardová (2008) u dieťaťa predškolského veku je dôležité rozvinúť veľa schopností, zručností a tiež získať určité potrebné vedomosti. Preto sa dosahovanie úspechu zvyšuje s pochopením, upevnením základných poznatkov a osvojovaním si vedomostí od jednoduchších k zložitejším úlohám. Je to predpoklad nielen k zvládnutiu učiva v školskom veku, ale aj k vytváraniu pozitívneho vzťahu ku geometrii, či celkovo k matematike. Dôležitú úlohu tu zohráva úroveň rozvoja motoriky. K poznávaniu sveta prospieva i schopnosť dieťaťa pohybovať sa. Dieťa manipuláciou s predmetmi dokáže ucelenejšie vnímať ich hmotnosť, veľkosť, tvar. Zvlášť pre geometriu je významné správne vnímanie priestoru. Veľký podiel tu má i úroveň rozvoja reči. Ak rozumie pojmom, je schopné ich používať v bežnom živote, čo vedie k porovnávaniu, vytváraniu predstáv a k samotnému abstraktnému mysleniu. Ďalší vplyv sa pripisuje zrakovému vnímaniu. Dieťa si začína uvedomovať celok i jeho časti, rozlišuje detaily.

Vedíme ho postupne k úlohám, kde je potrebné *porovnávať pojmy alebo vzťahy* (čiže malý – veľký; veľa – málo; všetko; niektoré; žiadne; nič; menej – viac – rovnako; o jedno viacej; krátky – dlhý; úzky – široký; prázdny – plný; menej – viac; nízky – vysoký; menší – väčší; kratší – dlhší; nižší – vyšší), *triediť a tvoriť skupiny* (podľa druhu – napr. hračky, jedlo; podľa farby; podľa veľkosti; podľa tvaru; podľa toho, čo do skupiny nepatrí; podľa dvoch kritérií – napr. modré kruhy; podľa troch kritérií - napr. malé modré kruhy), *zoradiť* (zoradiť tri prvky podľa veľkosti – najväčší, stredný a najmenší obrázok; zoradiť a tiež pomenovať: malý – stredný - veľký; vysoký – vyšší – najvyšší; málo – menej – najmenej; pomenovať najmenší, najväčší; zoradiť päť prvkov podľa veľkosti), *určiť množstvo, pomenovať tvary* (kruh, štvorec, trojuholník, obdĺžnik).

2.1.1 Geometrické predstavy 3 – 4 ročných detí

U detí vo veku v rozmedzí od troch do štyroch rokov sú najdôležitejšie manipulatívne činnosti spojené napríklad s verbálnymi podnetmi. Pri rôznych hrách tak budujeme u detí určité pojmy, ktoré vedú predovšetkým k porovnávaniu. K najjednoduchším pojmom u detí v tomto veku patria tieto: *málo, veľa; všetky; malý, veľký*. Neskôr nasledujú ďalšie pojmy: *úzky, široký; nízky, vysoký; ľahký, ťažký; krátky, dlhý; prázdny, plný; rovnako; kratší, dlhší; menší, väčší; nižší, vyšší* (napr. porovnávanie geometrických tvarov podľa ich vlastností). Na konci tohto obdobia možno u detí spozorovať pasívne zvládanie pojmov ako sú viac, menej; žiadne, niektoré. Znalosť týchto pojmov si môžeme u detí všimnúť pri každodenných činnostiach a hrách: „*Ty si tu dal malú kocku, ja priložím veľkú kocku. Na obrázku je malý kruh, ja nakreslím väčší.*“

Deti vedíme tiež k tomu, aby sa správne naučili triediť predmety, ktoré majú danú spoločnú vlastnosť, a tiež také, ktoré ju nemajú. Najskôr triedime predmety podľa ich farby, neskôr pridávame triedenie podľa príslušnej veľkosti. Postupne prechádzame k triedeniu podľa vlastností, čo je pre deti zaujímavá a tiež pútavá činnosť. Dôležité je to, že triedime zatiaľ iba podľa jedného kritéria.

V rámci geometrických tvarov už dieťa pozná kruh a postupne si začína osvojovať i pojem štvorec. (Bednářová, J. – Šmardová, V., 2008)

2.1.2 Geometrické predstavy 4 – 5 ročných detí

V tomto vekovom období majú už deti pasívne ale niektoré aj aktívne osvojené nasledujúce pojmy: *málo, veľa; všetky; malý, veľký; úzky, široký; nízky, vysoký; ľahký,*

ťažký; krátky, dlhý; prázdny, plný; rovnako; kratší, dlhší; menší, väčší; nižší, vyšší. Tie, ktoré si ešte len upevňujú sú: *niektoré, žiadne; menej, viac.* Z priestorovej orientácie, ktorá je tiež dôležitou súčasťou geometrických predstáv, si deti precvičujú pojmy ako *nahor, nadol, vpredu, vzadu, vysoko, nízko, prvý a posledný.* Pojmy *uprostred, vľavo, vpravo* pridávame pred piatym rokom. Ďalej pri rozvíjaní predstáv a poznatkov pokračujeme triedením prvkov, ktoré majú spoločné vlastnosti, a ku ktorým patria súbory: ovocie, zelenina, nádoby, dopravné prostriedky, hračky, nábytok, kvety. Podľa veľkosti už v tomto veku radíme najmenej tri prvky, kedy sa budujú pojmy *malý, stredný, veľký.* Berieme však do úvahy i ďalšie kritéria ako je výška, množstvo i dĺžka.

Z geometrických tvarov si dieťa osvojilo už kruh, štvorec a postupne si začína osvojovať i pojem trojuholník. (Bednářová, J. – Šmardová, V., 2008)

2.1.3 Geometrické predstavy 5 – 6 ročných detí

V období, ktoré je pre dieťa prípravou na vstup do školy sa zameriavame na rozvíjanie zrakovej analýzy a syntézy potrebnej na uvedomovanie si celku a jeho častí, a tiež na orientáciu v čase, uvedomovanie si následnosti deja. Tiež pokračujeme v rozvoji reči, osvojovaní si a chápaní predchádzajúcich pojmov a ich aktívne využívanie – *aspoň jeden, viac, žiadny, nič, niektoré, rovnako, viac, menej, o jeden viac, o jeden menej, spolu.* Pojmy môžu napríklad využívať dospelí v reči a dieťa následne rieši dané úlohy, ako napr.: *„Vyfarbi niektoré trojuholníky; vezmi si viac/menej kociek ako mám ja.“* Potrebné je pokračovať v chápaní a uvedomovaní si charakteristík, ktoré sú spoločné pre určité objekty, ale aj v triedení a vyhľadávaní rôznych predmetov podľa kritérií. Môže ísť aj o triedenie podľa toho, čo do skupiny patrí a čo nepatrí. Triedenie geometrických tvarov môže prebiehať na základe farby, tvaru, veľkosti, ďalej podľa dvoch kritérií (malé štvorce, veľké kruhy) a troch kritérií (malé červené štvorce, veľké zelené kruhy). K takémuto triedeniu je potrebné pripraviť si geometrické tvary v niekoľkých farbách a v dvoch veľkostiach. Dieťa tu môžeme nechať určovať koľko je rôznych farieb, veľkostí a tvarov. Vedeť deti k tomu, aby si uvedomovali, že jednotlivé skupiny alebo triedy predmetov či geometrických tvarov nemusia mať rovnaký počet daných prvkov, že niektoré majú výrazne väčší počet alebo výrazne nižší na rozdiel od iných a že môžu vzniknúť skupiny i s jedným prvkom. Z geometrických tvarov už dieťa v tomto veku pozná nielen kruh, trojuholník a štvorec, ale aj obdĺžnik. (Bednářová, J. – Šmardová, V., 2008)

K riešeniu takýchto či podobných úloh by malo byť dieťa schopné pracovať s pracovnými listami (napr. ABC Materská škola, Šimonove pracovné listy, Krok do školy s farbičkou matematickou, Rok predškoláka, Matematika predškoláka, S pastelkou v kráľovstve matematiky: rozvíjanie matematických predstáv detí). Na základe uvedeného popisu geometrických vedomostí a používania daných pojmov v jednotlivých obdobiach sme uviedli tabuľku, ktorá ukazuje rozvoj matematických predstáv s vekovým ohraňením.

	Zručnosť	Vek
Porovnávanie, vzťahy, triedenie	Malý a veľký	3
	Veľa a málo	3
	Krátky a dlhý	3,5
	Úzky a široký	3,5
	Nízky a vysoký	3,5
	Prázdny a plný	3,5
	Rovnako	3,5
	Nič, niektoré	4
	O jeden viac	5
	O jeden menej	5
	Triedenie do skupín	3,5
	Čo do skupiny nepatrí	5
	Zoradenie troch prvkov podľa veľkosti	4
	Pomenovanie väčší, menší	4,5
	Množstvo do 3	3,5
	Množstvo do 5	5
	Množstvo do 6	5,5
	Pozná kruh	3
	Pozná štvorec	4
	Pozná trojuholník	5
Pozná obdĺžnik	5,5	

Tabuľka č. 1: Rozvoj matematických predstáv (Duchovičová, J. – Lazíková, A. 2008, s. 119)

2.2 Úrovne geometrického myslenia

„Prinútiť človeka premýšľať, to znamená urobiť pre neho viac, než vybaviť ho určitým počtom inštrukcií.“ Ch. Babbage

Ako sa rozvíja geometrické myslenie či ťažkosti, s ktorými sa môžeme stretnúť v rámci štúdia geometrie u detí podrobne rozpracoval holandský pedagóg Pierr van Hiele spolu so svojou manželkou Dinou van Hiele – Geldof. Tieto výskumy ho podnietili

k tomu, aby sformuloval a objasnil teóriu, ktorej hlavnou myšlienkou boli úrovne geometrického myslenia. Žiaci tak postupne prechádzajú od rozpoznávania tvarov k schopnostiam vyjadriť ich formálny geometrický dôkaz. (Pavlovičová, G., 2012)

V rozpracovanom modeli van Hieleho je najpodstatnejšou časťou päť úrovní vo vývine geometrického myslenia, ktoré sú postupne usporiadané a sú to:

1. vizuálna,
2. analytická,
3. abstrakčná,
4. dedukčná,
5. axiomatická.

Van Hiele pôvodne označil tieto úrovne od 0 do 4, no americkí pedagógovia postupne používali označenie od 1 do 5. K porovnaniu van Hieleho úrovní nám môže v geometrii slúžiť päť úrovní myslenia, ktoré vyčlenil A. A. Stoljar. Tieto úrovne pomenoval ako prvá úroveň, druhá, tretia, štvrtá a piata úroveň myslenia. Ide o rovnaký počet úrovní geometrického myslenia ako aj u van Hieleho. Práce van Hieleho hovoria o akomsi prechode medzi jednotlivými úrovňami a tiež o tom, že tento prechod závisí najmä od skúseností dieťaťa alebo žiaka, ktoré získava vo vzdelávacom procese ako od jeho veku alebo kognitívneho vývinu. Ale tiež o tom, že niektoré zo skúseností môžu sťažiť či naopak uľahčiť prechod medzi jednotlivými úrovňami či samotný prechod do vyššej úrovne myslenia. Prvá úroveň van Hieleho je charakteristická pre predškolský vek až druhý ročník na základnej škole a ostatné úrovne sú identické pre vyššie vekové skupiny.

Postupný prechod žiaka z jednej úrovne do nasledujúcej úrovne umožňuje, že sa mení objekt jeho vlastného geometrického myslenia.

2.2.1 Úrovne geometrického myslenia podľa van Hieleho

1. úroveň – vizualizácia → (charakteristická pre vekovú kategóriu 5 – 7 rokov; predškolační – 2. ročník ZŠ): ide v nej o tvary a ich vzťah, ktoré sú predmetom myslenia a dajú sa identifikovať na základe individuálneho vnímania ako celku. Žiaci vnímajú tvary ako celok a poznajú tiež názvy týchto útvarov. V rámci tejto úrovne vedia odmerať útvary, hovoriť o ich vlastnostiach, ale pri pojme „štvorec“ charakterizujú takto všetky predmety v tvare štvorca (napr. rám, nástenka a pod.).

Za výsledok úrovne myslenia vizualizácie sa považujú skupiny alebo zoskupovanie takých geometrických útvarov, ktoré „rovnako“ vyzerajú.

2. úroveň – analýza → (veková kategória 7 – 10 rokov; 2. – 5. ročník): predmetom myslenia sa stávajú skôr skupiny daných útvarov ako jednotlivé útvary. Ide tu o schopnosť žiakov uvažovať nad všetkými tvarmi v skupine ako nad jedným útvarom. Žiak sa teda pri zameraní na skupinu útvarov zamýšľa nad tým, čo robí daný útvar útvarom (napr. čo robí obdĺžnik obdĺžnikom) a nepodstatné vlastnosti si nevšima. Žiaci si na tejto úrovni uvedomujú že útvary, ktoré patria do jednej skupiny majú aj rovnaké vlastnosti: „Všetky kocky majú šesť stien, ktoré sú zhodné a každá táto stena predstavuje štvorec.“ Žiaci dokážu vymenovať vlastnosti štvorca, no neuvedomujú si pri tom, že aj obdĺžniky majú rovnaké vlastnosti ako štvorce.

Na analytickej úrovni sú výsledkom myslenia vlastnosti geometrických tvarov.

3. úroveň – abstrakcia → (veková kategória 10 – 13 rokov; 5. – 8. ročník ZŠ): na predchádzajúcej úrovni boli výsledkom myslenia danej úrovne vlastnosti geometrických tvarov, ktoré sa stávajú na úrovni abstrakcie predmetom myslenia. Žiaci začínajú postupne rozmýšľať o vlastnostiach jednotlivých geometrických útvarov a uvedomujú si vzťahy medzi týmito vlastnosťami (napr. ak je daný útvar štvorec, jeho uhly sú pravé a ak sú všetky štyri uhly pravé, tak taký útvar môže byť i obdĺžnik). Na základe svojho myslenia dokážu určiť útvary aj napriek tomu, že poznajú minimálny počet ich vlastností. Vynára sa tu schopnosť žiaka zvažovania abstraktného tvrdenia o útvaroch.

Zhrnutím by sme mohli povedať, že výsledkom myslenia na abstrakčnej úrovni sú vzťahy existujúce medzi vlastnosťami geometrických útvarov.

4. úroveň – dedukcia → (veková kategória 14 – 18 rokov; 9. ročník ZŠ – 4. ročník SŠ): predmetom myslenia sa stávajú vzťahy existujúce medzi vlastnosťami geometrických útvarov. U žiakov sa začína prehlbovať potreba a uvedomenie si existencie logického systému. Schopnosť dedukcie predpokladá u žiakov, že pracujú s abstraktnými tvrdeniami týkajúcich sa geometrických vlastností. Príkladom môže byť, že žiak na tejto úrovni myslenia – dedukcie – je schopný vidieť uhlopriečky v obdĺžniku i to, že sa rozpoľujú navzájom. Žiak na nižšej úrovni toto nedokáže vnímať. Základom sú teda deduktívne úvahy a overenia. V porovnaní dedukčnej úrovne s abstrakčnou úrovňou sa žiaci neriadia len tvrdeniami, pričom nebolo prítomné uvedomenie si potreby dokázať ich, ale za najvyššiu autoritu považujú dôkazy.

Výsledkom myslenia na dedukčnej úrovni sú deduktívne systémy.

5. úroveň – axiomatizácia → (veková kategória 18 rokov a viac; VŠ): ide o najvyššiu van Hieleho úroveň myslenia, kde sú predmetom axiomatické deduktívne systémy. Je to úroveň typická pre študentov vysokých škôl, ktorí sa zaoberajú geometriou. Žiak napríklad dokáže zhrnúť v Euklidovskej geometrii vlastnosti trojuholníka a následne ich transformovať do sférickej geometrie. Výsledkom myslenia na úrovni axiomatizácie sú rozdiely v axiomatických systémoch. (Pavlovičová, G., 2012)

Na základe van Hieleho úrovne myslenia – vizualizácie boli realizovateľné štúdiá zamerané na skúmanie takých geometrických tvarov na papieri, ktoré rozpoznávajú deti vo veku 4 až 6 rokov. Deťom v tomto veku vymedzení nerobili ťažkosti pri identifikácii hranatých a oblých tvarov (približne 96%). Pri identifikácii štvorca to bolo priemerne 86% detí, trojuholník rozpoznalo 59% detí a menší počet detí identifikovalo obdĺžnik, a to iba 54% detí. Deti vykazovali ťažkosti pri tvare trojuholníka so zakrivenými stranami alebo pri trojuholníkoch, ktoré nemali bod na vrchole či boli príliš „dlhé“. (Pavlovičová, G., 2012) Keďže učenie je výsledkom činnosti a prostredníctvom nej sa učenie vyvíja je dôležité pri rozvíjaní geometrických predstáv a geometrického myslenia detí vychádzať z činností, ktoré sú uplatňované v rôznych formách (jazyková činnosť – popisovanie predkladaného modelu, materiálková grafická činnosť – náčrty, myšlienková činnosť – stanovenie si postupu pri riešení). Na rozpoznanie chýb geometrického myslenia žiakov je vhodné zaradiť rozprávky či didaktické hry, a to v predškolskom a najmä v mladšom školskom veku. (Brincková, J., 2001)

2.2.2 Úrovne geometrického myslenia podľa A. A. Stolyara

Je dôležité, už ako sme spomenuli na začiatku podkapitoly charakterizovať päť úrovní myslenia, ktoré v geometrii vyčlenil A. A. Stolyar.

Prvá úroveň je najnižšia a vyznačuje sa tým, že geometrické obrazce alebo útvary sú vnímané ako celky a rozlišujú sa na základe svojho tvaru. Úroveň je typická pre deti predškolského veku a žiakom 1. ročníka podobne ako u van Hieleho. Príkladom môže byť, keď dieťaťu ukážeme geometrický tvar, ktorý aj po viacnásobnom opakovaní bez chyby rozozná, ale na základe tvaru (neanalyzovane).

Druhá úroveň je charakteristická analýzou tvarov daných obrazcov. Výsledkom tejto analýzy je vyčlenenie ich vlastností. Vlastnosti týchto obrazcov deti vysvetľujú akousi experimentálnou cestou bez nejakého logicky usporiadaného systému. Obidve úrovne zodpovedajú žiakom mladšieho školského veku, zatiaľ čo druhá úroveň van Hieleho hovorí aj o piatom ročníku ZŠ.

Tretia úroveň myslenia je už logickým usporiadaním vlastností obrazcov. Pomocou jednej alebo aj viacerých vlastností vie žiak definovať obrazec, ostatné si odvodí logickou cestou. Žiaci ešte nechápu dedukciu. Ide o to, že niektoré vlastnosti môžu získať experimentálne a ostatné úvahou. Úroveň je dostupná pre žiakov 2. stupňa na rozdiel od tretej úrovne van Hieleho, ktorý určil tretiu úroveň myslenia iba po 8. ročník.

Štvrtá úroveň je charakteristická celkovou dedukciou, s čím súvisí objasnenie užitočnosti viet, logickej štruktúry dôkazov a pod. Rovnako by sme mohli charakterizovať aj túto úroveň ako opísal úroveň dedukcie van Hiele. Úroveň je typická pre žiakov stredných škôl.

Piata úroveň, označovaná ako najvyššia sa vyznačuje abstrahovaním od konkrétnych predstáv objektov a konkrétnych zmyslov vzťahov existujúcich medzi nimi. Na túto úroveň však ešte žiaci strednej školy nestačia. Môžeme teda tvrdiť, že sa zhoduje s úrovňou van Hieleho. (Gábor, O., 1989)

Z predchádzajúcich vysvetlení by sme mohli tvrdiť, že úrovne myslenia detí a žiakov, ktoré popísal van Hiele a A. A. Stolyar sa zhodujú. Sú si podobné a rozdiel je len vo vekovom ohraničení tej ktorej úrovne myslenia.

2.3 Aktivity podporujúce rozvoj geometrického myslenia v predškolskom veku

V štúdiu geometrie sa pripisuje veľký význam a dôležitá úloha matematickému jazyku. Podľa úrovni myslenia van Hieleho sa každej pripisuje jej vlastný jazyk, pomocou ktorého žiaci môžu vysvetľovať rovnaké geometrické pojmy. Slovné pojmy, úvahy a diskusie sú dôležité stránky jednotlivých fáz vzdelávania, ako sú orientácia, riadené skúmanie, explicitácia, aplikácia a integrácia. V týchto fázach sú usporiadané jednotlivé vyučovacie metódy, ktoré sú podľa van Hieleho výsledkom napredovania žiakov v rámci jednotlivých úrovni myslenia, a to v procese postupného a systematického nadobúdania geometrických skúseností. Prvá fáza *orientácie* zahŕňa v sebe diskusiu. Učiteľ zisťuje, čo vedia žiaci o danej téme a začínajú sa potom orientovať na druhú. V druhej fáze *riadeného skúmania* žiaci pomocou inštrukcií skúmajú geometrické objekty v úlohách, ktoré sú

zamerané na meranie, skladanie a konštruovanie. V tretej fáze *explicitácie* žiaci vlastnými slovami popisujú to, čo sa naučili. Štvrtá fáza *aplikácie* popisuje aplikovanie naučených vzťahov a pojmov pri riešení problémov a žiakom sa predkladajú otvorené úlohy. V rámci piatej fázy *integrácie* si žiaci začleňujú nové poznatky. Žiak a teda aj dieťa predškolského veku si uvedomuje svoje myšlienky najmä vtedy, keď môže o nich rozprávať. Podľa teórie van Hieleho by mal učiteľ svojim žiakom poskytovať skúsenosti na primeranej úrovni, a tiež im dať možnosť a príležitosť diskutovať o nich. (Pavlovičová, G., 2012)

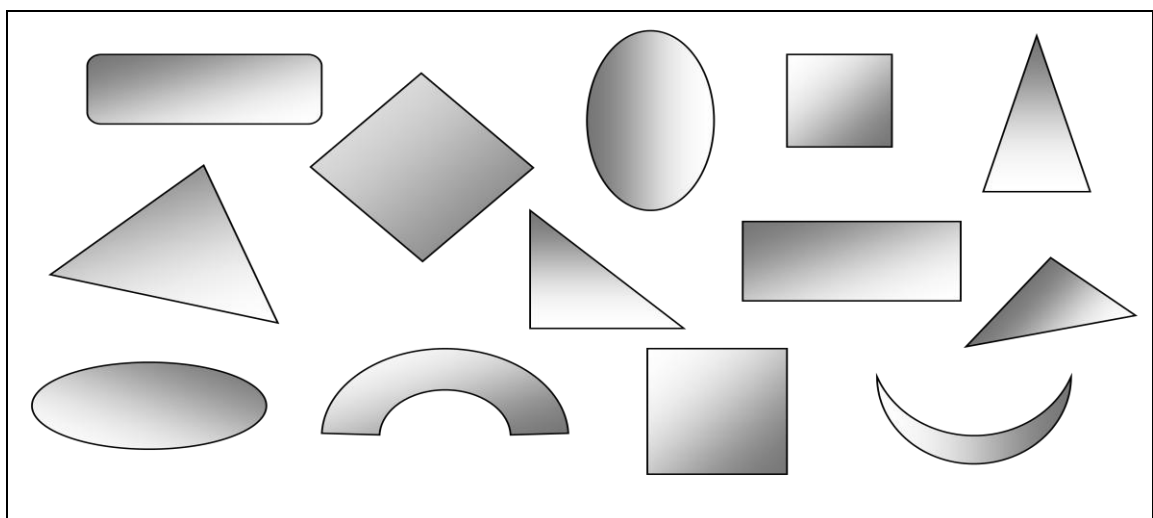
Nevyhnutnosťou pri aktivitách, ktoré rozvíjajú geometrické myslenie je to, aby učiteľ vzdelával na úrovni žiaka. Aktivity sa dajú prispôsobovať tak, aby sa mohli prelínať dvoma úrovňami myslenia. Uvedli sme niekoľko aktivít podporujúcich geometrické myslenie na prvej úrovni myslenia dieťaťa - vizualizácie, ktorá je typická pre predškolský vek. Aktivity na tejto úrovni podľa G. Pavlovičovej (2012) zahŕňajú:

- používanie takých modelov, s ktorými žiaci môžu manipulovať (príkladom môžu byť geometrické skladačky, tangram, geodeska),
- rôzne ukážky útvarov, ktoré slúžia na to, aby žiaci mali možnosť vidieť ten istý útvar v rôznych polohách a veľkostiach so zámerom odlišiť typické znaky útvaru od menej dôležitých, nepodstatných znakov,
- určovanie, popisovanie a triedenie rôznych tvarov,
- príležitosti na kreslenie, skladanie, stavanie a rozkladanie útvarov. (Pavlovičová, G., 2012)

Ponúkame ukážku aktivity na vizuálnej úrovni myslenia (obr. č. 1):

- a) Zo skupiny jednotlivých tvarov na obrázku vyber také, ktoré sa na seba podobajú.
- b) Zo skupiny jednotlivých tvarov vyber trojuholníky a štvorce.

Obrázok č. 1: Vnímanie tvarov na úrovni vizualizácie (Pavlovičová, G., 2012)



Dôležitým aspektom, tak ako aj na prvej úrovni vizualizácie, tak aj na ostatných úrovniach myslenia je, aby učiteľ počúval dieťa či žiaka, diagnostikoval a následne na to začal vyučovať na takej úrovni, na ktorej sa nachádza žiak.

Uviedli sme si príklady aktivít podľa van Hieleho, pomocou ktorých môžeme rozvíjať u detí predškolského veku geometrické myslenie. Dôležité je spomenúť i ďalšie aktivity podobné úlohám van Hieleho, ktoré uvádzajú Pavlovičová, G. (2012) a Orelová, D. (2013) a ktoré majú tiež veľké zásluhy pri rozvíjaní a upevňovaní geometrické myslenia detí. Ide o:

- hry so stavebnicami, napr. Polydron,
- činnosti s využitím tvarov dopravných značiek,
- rôzne zostavené koláže s geometrických tvarov,
- vystrihovanie a skladanie z papiera,
- vymaľovanie obrázkov,
- nalepovanie geometrických tvarov,
- dokresľovanie a prekresľovanie obrázkov vo štvorcovej sieti,
- obkresľovanie podľa vzorov,
- aktivity zamerané na orientáciu v tabuľke a štvorcovej sieti.

3 PRAKTICKÁ ČASŤ

3.1 Didaktická hra „Hádaj na čo sa pozerám“

„Hra je najprirodzenejšia činnosť a potreba dieťaťa útleho a predškolského veku, neodmysliteľný činiteľ vývinu.“ Habiňáková, E. (1982, In: Šimová, G. – Dargová, J., 2001, s. 14)

Hra je najprirodzenejšou činnosťou dieťaťa, ktorá uspokojuje jeho potreby, záujmy a túžby po pohybe, objavovaní, riešení problémov a tým rozvíja celkovú osobnosť dieťaťa. Jej realizácia je upriamená na určitý čas a priestor. Hra podporuje u dieťaťa nielen duševnú bystrosť, ale aj zdravie detí a tiež podporuje charakterovo - vôľové vlastnosti. Hra je účinným nástrojom, nielen edukačným ale aj diagnostickým. Mareš, J. (1998, In: Hejný, M. a kol., 2001, s. 252) vymedzuje „hru ako dominujúci typ činnosti dieťaťa v predškolskom veku, ktorá sprevádza človeka po celý život.“

Didaktické hry konštruujeme u detí predškolského veku tak, aby sme posilnili a upevnili vedomosti v určitej oblasti. Takéto didaktické hry sa nezačleňujú do výchovno-vzdelávacej činnosti iba náhodne, ale musia byť metodicky premyslené a cieľavedomé. Charakteristické znaky zvolenej didaktickej hry ako uvádza J. Brincková (2001) sú nasledovné:

- na hre sú zúčastnení aspoň dvaja hráči,
- hra prebieha striedavo, nie paralelne,
- činnosť jedného hráča je následne ovplyvnená činnosťou druhého hráča,
- každý hráč sa snaží o dosahovanie cieľa,
- zásahy hráčov v hre sú vymedzené ako presné pravidlá na základe povolených ťahov.

Didaktická hra, ktorú sme realizovali v prostredí materskej školy v rámci praktickej časti, má názov „Hádaj na čo sa pozerám“. Odvíja sa od hry „Sova“, ktorú rozpracovala Jirotková, D. (2004, In: Hejný, M. a kol., 2004) K hlavným cieľom didakticko-matematickej hry patrí rozvíjanie matematických schopností a vedomostí, diagnostikovanie kognitívnej vybavenosti detí, ako aj rozvíjanie komunikačných schopností a schopnosti viesť rozhovor v rámci edukačných rolí. Preto sme sa zamerali na „jazyk matematiky“ u detí, ich slovné vyjadrovanie a argumentáciu, ktoré sme popísali v druhej kapitole. Prostredníctvom tejto didakticko-matematickej hry sme skúmali schopnosť detí určovať a popisovať geometrické útvary a ich vlastnosti. Podľa M. Hejného

majú všetky geometrické tvary viditeľné a neviditeľné sprievodné javy. K viditeľným patria strany, vrcholy s ktorými je možné pracovať bez učiteľovej pomoci. K neviditeľným zaraďujeme osi, uhlopriečky a úsečky, ktoré sa učia až deti na základných školách prostredníctvom výkladu učiteľa. Jazyk geometrie si dieťa osvojuje ako každý iný cudzí jazyk. (Brincková, J., 2001)

Vytvorená hra „Hádaj na čo sa pozerám“ je akýmsi oknom pre učiteľa, ktorý môže v rôznych situáciách vyplývajúcich z hry nazerať do geometrického myslenia či predstáv a komunikačných spôsobilostí u detí. Pri stanovení pravidiel zvolenej hry sme sa zamerali na spôsob, kedy dieťa slovne opisuje, argumentuje postup riešenia. Zaujímalo nás, ako je dieťa vo veku 5 a 6 rokov schopné slovne opisovať jednotlivé geometrické tvary, či už rovinné alebo priestorové; aké slová, ktoré sme uviedli v druhej kapitole má už v danom vekovom období osvojené, a ktoré sú preň neznáme. U detí tak môžeme sledovať i problémy v oblasti komunikácie či v kognitívnej úrovni geometrických znalostí. Dôležité bolo tiež pozorovať, ako sú kódované informácie vo vedomí dieťaťa, a to najmä sprostredkovaním zraku a hmatu. Jirotková, D. (2004, In: Hejný, M. a kol., 2004)

3.2 Realizácia didaktickej hry „Hádaj na čo sa pozerám“

Didaktickú hru „Hádaj na čo sa pozerám“ sme realizovali v prostredí materskej školy počas výstupovej praxe. K realizácii hry vybrala učiteľka deti, ktoré boli na primerane rozvinutej intelektuálnej úrovni. Pracovali sme so štyrmi deťmi. Dve deti boli vo veku päť rokov, a dve vo veku šesť rokov. Počet detí sme zvolili na základe toho, aby sme mali možnosť priebežne pozorovať a zaznamenávať vyjadrovanie detí, ich argumentovanie a používanie slov, ktoré sú špecifické pre dané vývinové obdobia. Hru sme motivovali rozhovorom o geometrických tvaroch, v rámci ktorej sme predstavili Zajka Edka (motivované uši zajačika), ktorý zabudol ako sa volajú jednotlivé geometrické tvary. Ako sa prechádzal lesom, deti mu pomáhali, aby si na ne spomenul, a to pomenovaním týchto vyčlenených geometrických tvarov. Na začiatku sme si v rámci motivácie pomenovali geometrické tvary, ktoré boli využité v hre. Ak niektoré nepoznali, pomenovali sme si ich. Následne sme si hru s rovnakým zameraním a cieľom zahrli pomocou obrázkov zvieratiek, aby deti pochopili princíp hry, kladenia otázok, odpovedania a hádania. (Obr. č. 2-4) Deťom boli prijateľným a zrozumiteľným spôsobom vysvetlené pravidlá hry. Pomocou motivácie a rozhovoru s deťmi bola navodená a vytvorená príjemná atmosféra a deti prejavovali záujem pri realizácii hry.



Obrázok č. 2



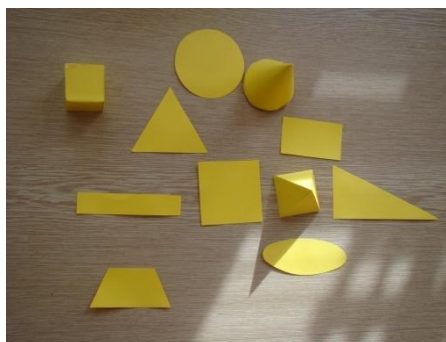
Obrázok č. 3



Obrázok č. 4

Pravidlá pri hre sme si stanovili nasledovne: Deti sedeli na stoličkách chrbtom k sebe. Prvé dieťa (označené ako hráč B) dostalo postupne do rúk jeden z troch vybraných geometrických tvarov. Jeho úlohou bolo odpovedať na otázky, ktoré mu dáva druhé dieťa (hráč A) len odpoveďou ÁNO – NIE. Druhé dieťa (označené ako hráč A) zadávalo otázky hráčovi B. Popritom vyrad'ovalo nabok tie geometrické tvary, pri ktorých hráč odpovedal NIE. Jeho úlohou bolo teda hádať a vyrad'ovať. Bolo potrebné zaradiť aj metodické usmernenie, pričom sme deti usmernili tak, aby sa nepýtali na konkrétny tvar (napr. Je to valec? Je to kruh?), ale aby sa pýtali takými otázkami, na čo sa im daný geometrický tvar podobá, ako vyzerá, aké ma vlastnosti. Tiež aby sa nepýtali na farbu, preto sme zvolili rovnakú farbu rovinných aj priestorových útvarov. Inštrukcie boli podávané aj počas realizovania hry. Keď bolo nutné, deti sme usmernili pri kladení otázok alebo pri odpovedaní, ak mali deti niekedy tendenciu odpovedať inými slovami ako ÁNO alebo NIE. Rozhovory detí sme nahrávali na diktafón, ktoré sme neskôr písomne zaznamenali.

Deti vybrali z týchto geometrické útvarov: dva kruhy rôznej veľkosti, jeden ovál, 2 štvorce rôznej veľkosti, dva obdĺžniky rôzneho tvaru (jeden z nich bol veľmi úzky), 2 rôzne trojuholníky (jeden rovnostranný, jeden „predĺžený“), 1 lichobežník, jeden ihlan, jedna kocka, jeden kužeľ.



Obrázok č. 5

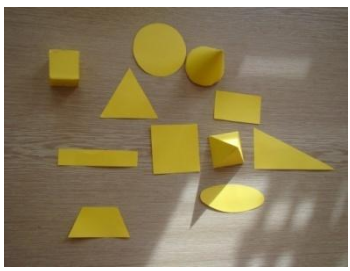
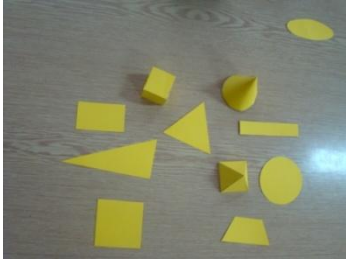

Boli pripravené aj ďalšie trojice útvarov rovnakých ako v celej sade, ktoré boli vybrané do hry pre hráčov B:

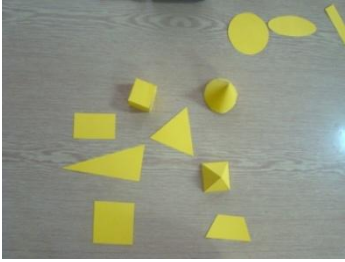
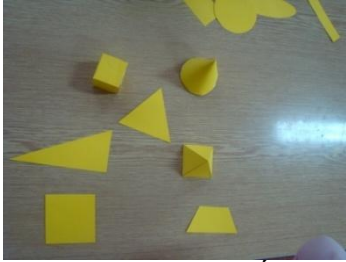
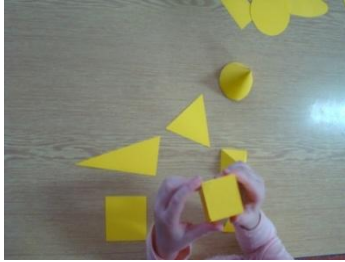
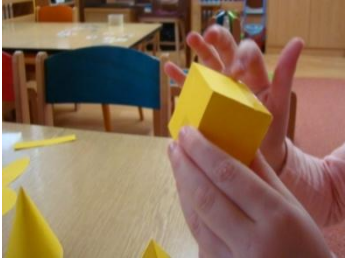

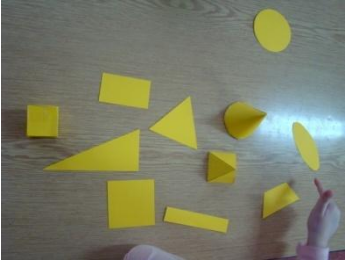
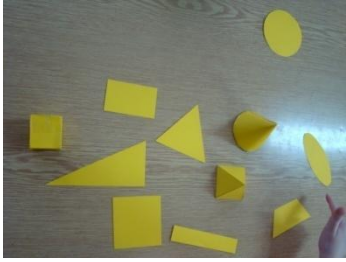
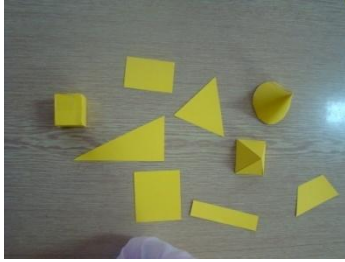
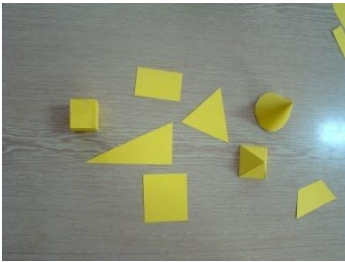
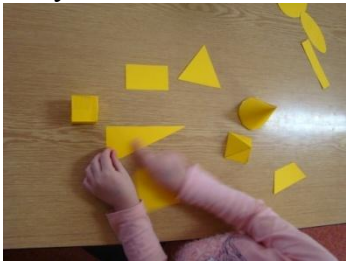
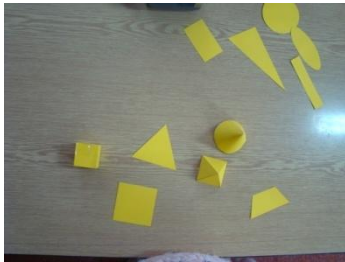
- a) 1. dieťa - kocka, trojuholník, kruh,
- b) 2. dieťa - štvorec, kužeľ, lichobežník.

Najskôr sme hru realizovali s dvoma deťmi vo veku 5 rokov a následne s dvoma deťmi vo veku 6 rokov. Hra bola vyčlenená pre dvojicu detí, kedy je možné si najlepšie všimnúť vedenie rozhovoru, používanie pojmov a celkové vyjadrovanie geometrických predstáv o útvaroch. Všetky deti boli rovnako motivované, boli im vysvetlené pravidlá hry a mali možnosť preskúšať si princíp a pravidlá hry pri hre s obrázkami zvieratiek. Pri samotnej realizácii hry sme najskôr samostatne pracovali s deťmi vo veku 5 rokov a neskôr iba so šesťročnými deťmi. Pracovali sme v prostredí materskej školy v ich triede, čím bolo zabezpečené podnetné a stimulujúce prostredie a priestor na koncentráciu. Hra nebola časovo ohraničená.

3.2.1 Priebeh didaktickej hry u detí vo veku 5 rokov

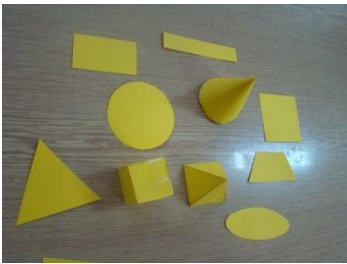

Hráčovi B boli postupne po jednom dané geometrické tvary: kocka, trojuholník a kruh, ktoré sa hráč A snažil nájsť v ponúkaných geometrických tvarov, ktoré mal k dispozícii pred sebou (obr. č. 5) a z ktorých postupne na základe odpovedí hráča B (áno – nie) vyradzoval a usudzoval, ktorý tvar drží druhé dieťa v ruke. Ďalej sú uvedené rozhovory detí. Môžeme vidieť, aké používajú pojmy pri opisovaní jednotlivých geometrických tvarov. Tiež si môžeme všimnúť, kedy došlo ku chybám a nedorozumeniam v opisovaní a tiež prečo. Uvádzame obrázkový záznam priebehu aktivity, aby sme lepšie priblížili jej priebeh a ukázali, ktoré tvary deti spájali s ktorými pojmi.

<p>1. KOCKA</p> 	<p>A: Je to valec? – <i>usmernenie</i> Je to také guľaté a rozšírené? B: Nie</p>  <p>Dieťa vyradilo ovál.</p>	<p>A: Je to dlhé a má to dlhé strany? B: Nie.</p>  <p>Dieťa vyradilo veľmi úzky obdĺžnik.</p>
--	---	--




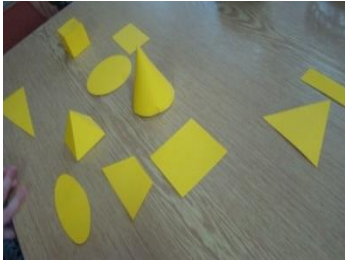
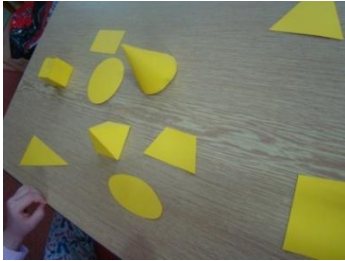



<p>A: Je to guľaté, áno či nie? B: Nie, nie je to guľaté.</p>  <p>Dieťa vyradilo kruh.</p>	<p>A: Je to také, má to štyri strany? B: Nie.</p>  <p>Dieťa vyradilo obdĺžnik.</p>	<p>A: Je to troška dlhšie a má to štyri strany? B: Nie.</p>  <p>Dieťa zatiaľ nič nevyradilo.</p>
<p>A: Má to osem strán, sú to kraje, má to osem krajov – špicov? B: Áno.</p> 	<p>A: Je to kocka? B: Áno.</p> 	
<p>2. TROJUHOLNÍK</p> 	<p>A: Je to guľaté? B: Nie.</p>  <p>Dieťa vyradilo kruh.</p>	<p>A: Je to také guľaté, ale rozšírené? B: Nie.</p>  <p>Dieťa vyradilo ovál.</p>
<p>A: Je to také dlhé a má to dlhé strany? B: Nie.</p>  <p>Dieťa vyradilo veľmi úzky obdĺžnik.</p>	<p>A: Má to tri strany? B: Nie – <i>usmernenie</i> – otázka dieťaťu B – Nemá tri strany? Áno.</p>  <p>Dieťa vyradilo trojuholník.</p>	<p>A: Má to tri strany a je to veľmi dlhé? B: Nie.</p>  <p>Dieťa vyradilo obdĺžnik.</p>


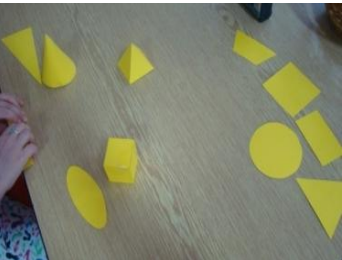

<p>A: Má to osem špicov? B: Nemá.</p>  <p>Dieťa vyradilo kocku.</p>	<p>A: Má to štyri strany a je to také...má to proste štyri strany? B: Nie.</p>  <p>Dieťa vyradilo štvorec.</p>	<p>A: Má to tri strany? B: Nie.</p>  <p>Dieťa vyradilo trojuholník.</p>
--	--	--

Pri poslednej otázke dieťaťa nastala chyba, pretože dieťa malo v ruke trojuholník, a napriek tomu že aj predtým sa pýtalo či ma daný geometrický tvar tri strany, opäť odpovedalo, že daný tvar nemá tri strany. Keby sme brali opäť do úvahy usmernenie, dieťa by došlo k správne riešeniu hry. Pri prvej rovnakej chybe sme usmernenie chápali ako uvedomenie si dieťaťa vlastností tvaru i toho, čo považuje dieťa za strany. Avšak cieľom hry bolo nazerať a skúmať do geometrického myslenia, predstáv a komunikačných schopností dieťaťa.

<p>3. KRUH</p> 	<p>A: Je to guľaté? B: Áno.</p> 	<p>A: Je to kruh? B: Áno.</p> <p>(dieťa na základe jednej otázky uhádlo, na aký geometrický tvar sa druhé dieťa/hráč na pozerá)</p>
---	---	---




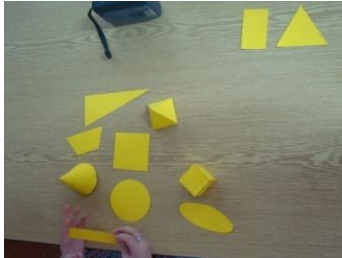


Keďže boli každému dieťaťu dané tri geometrické tvary, či už priestorové alebo rovinné, ktoré videlo iba ono a na základe otázok druhého odpovedalo ÁNO alebo NIE, preto bolo potrebné následne zaznamenať výsledok z pozorovania hry pri vystriedaní rolí detí, kedy sme použili iné geometrické tvary a to tieto: štvorec, kužeľ a lichobežník.

<p>1. ŠTVOREC</p> 	<p>A: Je to také veľké? Je to taký veľký valček? B: Nie.</p>  <p>Dieťa vyradilo veľmi úzky obdĺžnik.</p>	<p>A: Je to kocka, je to taká kocka, je žltá? – *usmernenie. Je to špicaté? B: Áno. Koľko tých špicov tam je? - dieťa sa spýtalo.</p>  <p>Dieťa nič nevyradilo.</p>
<p>A: Je to tri? B: Nie.</p>  <p>Dieťa vyradilo trojuholník.</p>	<p>A: Sa mi podobá ako kocka? - *usmernenie. A: Má to štyri špice? B: Áno.</p>  <p>Dieťa vyčlenilo štvorec.</p>	<p>A: Je to kocka? (ak by sa spýtalo druhého dieťaťa je to štvorec, pýtalo by sa správne, štvorec však pomenovalo ako kocku, pričom vznikla chyba).</p>
<p>2. KUŽEL</p> 	<p>A: Má to štyri strany? B: Nie.</p>  <p>Dieťa vyradilo štvorec a obdĺžnik.</p>	<p>A: Je to také okrúhle ako kružko? – usmernenie. B: Nie.</p>  <p>Dieťa vyradilo kruh.</p>

<p>A: Má to štyri strany? B: Nie.</p>  <p>Dieťa vyradilo lichobežník.</p>	<p>A: Je to veľké a je to ako skoro valček? Je to? B: Nie.</p>  <p>Dieťa vyradilo veľmi úzky obdĺžnik.</p>	<p>A: Má to štyri strán? Je to také špicaté a je to skoro ako horník? B: Áno.</p>  <p>Dieťa vyradilo „predĺžený“ trojuholník.</p>
<p>A: Má to/je to ako horník – usmernenie. Je to špicaté? B: Áno.</p>	<p>A: Dole má okrúhle niečo. B: Áno.</p>	<p>A: Je to jedno špicaté? B: Áno.</p>

*usmernenie – všetky geometrické tvary sú žltej farby.

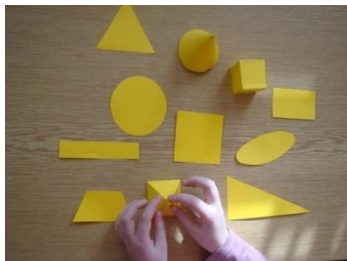


Deti si ukázali rovnaký tvar – kužeľ, keďže tvar ešte nepoznajú a nevedeli ho pomenovať. Na základe opisu mysleli na ten istý geometrický tvar.





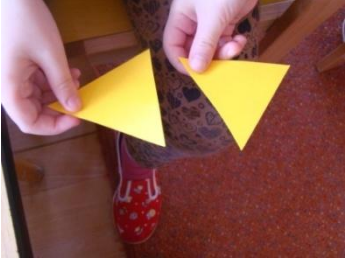
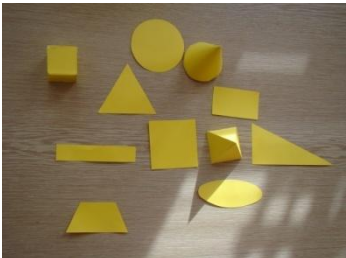

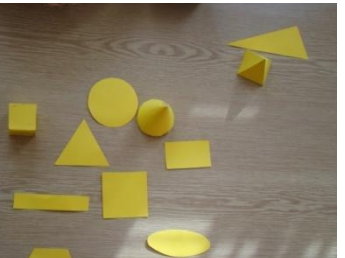
<p>3. LICHOBĚŽNÍK</p> 	<p>A: Je to špicaté? B: Áno.</p> 	<p>A: Je to trojuholník? B: Nie.</p>  <p>Dieťa vyradilo trojuholník.</p>
<p>A: Je to také – dve dlhé strany a dve krátke? B: Nie.</p>  <p>Dieťa vyradilo obdĺžnik.</p>	<p>A: Je to také veľké a podobá sa to ako obdĺžnik? B: Nie je to obdĺžnik.</p>  <p>Dieťa vyradilo veľmi úzky obdĺžnik.</p>	<p>A: Má to štyri strán? A dá sa to kotúľať? B: Nie.</p>  <p>Dieťa vyradilo kocku.</p>

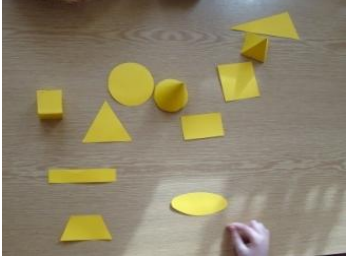

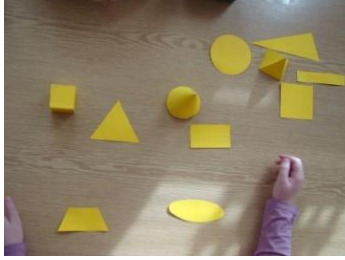

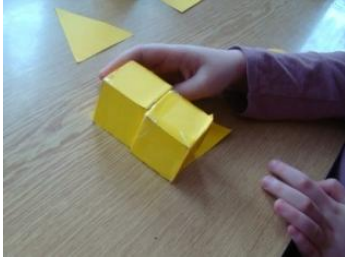





<p>A: Vyzerá to ako loďka? B: Áno.</p>  <p>Dieťa vyčlenilo lichobežník.</p>	<p>Deti si po uhádnutí ukázali geometrický tvar lichobežník, ktorý ešte nevedia pomenovať.</p> 	
--	---	--


3.2.2 Priebeh didaktickej hry u detí vo veku 6 rokov

Deťom vo veku 6 rokov boli postupne dané rovnaké geometrické tvary ako pri mladšej vekovej skupine s tým zameraním, aby sme mohli nahliadnuť, aký nastáva posun kognitívnej vybavenosti v oblasti geometrického myslenia a vedomostí. Uviedli sme rozhovory obidvoch detí i pri vystriedaní edukačných rolí pri hre ako pri päťročných deťoch.




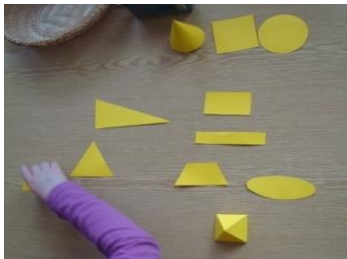


<p>1. TROJUHLNÍK</p> 	<p>A: Je to obdĺžnik? – <i>usmernenie</i> Je to skoro ako lopta, pretože to je ako lopta, neskáče to, a je to okrúhle? B: Nie.</p>  <p>Dieťa vyradilo kruh.</p>	<p>A: Je to taký ako pyramída? Ale nie je to pyramída, pretože je to väčšie, nie je to ani postavené a nemá to ani vchod? B: Nie.</p>  <p>Dieťa vyradilo ihlan.</p>
---	---	--








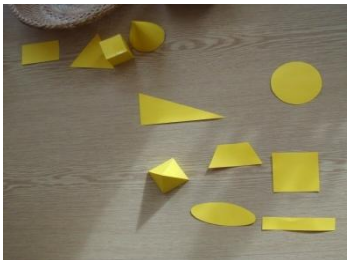


<p>A: Je to také oválne trošku a troška aj pľacaté? B: Nie.</p>  <p>Dieťa vyradilo ovál.</p>	<p>A: Má to, je to úzke a má to dlhé horné končeky a krátke, také krátke krajné končeky?) B: Áno.</p>  <p>Dieťa nechalo tvar medzi ostatnými – veľmi úzky obdĺžnik.</p>	<p>A: Je to ako kocka, ale je to žlté – usmernenie, ale nestavia sa s tým, má to štyri strany? B: Nie.</p>  <p>Dieťa vyradilo kocku.</p>
<p>A: Má to tri strany a má to z každej jednej strany, má to špic? B: Áno.</p> 	<p>A: Trojuholník? B: Áno.</p> 	
<p>2. KOCKA</p> 	<p>A: Má to štyri strany a je to z jednej strany rovné a z druhej strany tiež rovné, ale z jednej je to šikmé? B: Nie.</p>  <p>Dieťa vyradilo „predĺžený“ trojuholník.</p>	<p>A: Má to päť strán, štyri čo sa spájajú a jeden zosponu a má to špic? B: Nie.</p>  <p>Dieťa vyradilo ihlan.</p>
<p>A: Je to ako kocka, ale nie je to kocka, je to tenké, ale stále to nie je kocka? B: Nie.</p>	<p>A: Je to ako lopta, ale neskáče to? B: Nie.</p>	<p>A: Je to dlhé, má to z jednej strany dva krátke konce a zosponu a zhora dlhé konce? B: Nie.</p>




 <p>Dieťa vyradilo štvorec.</p>	 <p>Dieťa vyradilo kruh.</p>	 <p>Dieťa vyradilo veľmi úzky obdĺžnik.</p>
<p>A: Je to ako kocka a je to hrubé ako kocka a má to osem strán, takých špicov/končekov špicatých? B: <i>(usmernenie pri zrátaní vrcholov kocky)</i> Áno.</p>  <p>Dieťa vyčlenilo kocku.</p>	<p>A: Je to táto kocka? B: Áno.</p> 	
<p>3. KRUH</p> 	<p>A: Je to také tenké a troška aj pľacaté, je aj tak skoro ako kruh a je to rozťahnuté? B: Nie.</p>  <p>Dieťa vyradilo ovál.</p>	<p>A: Je to placaté, má to štyri také špice, na každom kúsku jeden, ale má to aj štyri strany? B: Nie.</p>  <p>Dieťa vyradilo štvorec.</p>
<p>A: Je to ako lopta, ale není to lopta, je to placaté a neskáče to? B: Áno.</p> <p><i>Dieťa po zistení nič nevyradilo, pokračovalo v zadávaní otázok.</i></p>	<p>A: Už nie je nič od toho, je to ešte taká jedna vežička, má taký špic ako vežička na kostolíku? B: Nie.</p> 	<p>A: Má to sedem špicov a má to z každej strany štyri rovinky? B: Nie.</p> 

	Dieťa vyradilo kužeľ.	Dieťa vyradilo ihlan.
<p>A: Tak je to asi ten kruh. Je to okrúhle ako lopta ale neskáče to a je to placenté?</p> <p>B: Áno.</p> 		





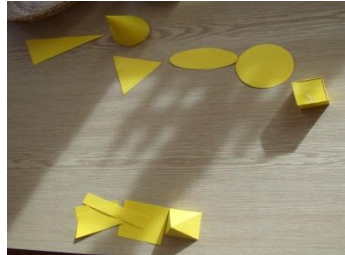
Po hádaní troch zadaných geometrických tvaroch si vymenia v hre deti úlohy tak, ako to bolo pri vekovej kategórii 5-ročných detí.

<p>1. ŠTVOREC</p> 	<p>A: Je to také ako lopta a je to placenté?</p> <p>B: Nie.</p>  <p>Dieťa vyradilo kruh.</p>	<p>A: Je to také placenté a má to štyri strany?</p> <p>B: Nie.</p>  <p>Dieťa vyradilo štvorec.</p>
<p>A: Má to jeden hore roh a je to zospodu také kruhaté?</p> <p>B: Nie.</p>  <p>Dieťa vyradilo kužeľ.</p>	<p>A: Robí sa z toho veža?</p> <p>B: Nie.</p>  <p>Dieťa vyradilo kocku.</p>	<p>A: Má to tri špice?</p> <p>B: Nie.</p>  <p>Dieťa vyradilo trojuholníky.</p>
<p>A: Je to také strašne dlhé?</p> <p>B: Je to troška dlhé.</p>	<p>A: Vyzerá to ako miska havka?</p> <p>B: Nie.</p>	<p>A: Má to päť a skladá sa z toho vrch?</p> <p>B: Nie.</p>

 <p>Dieťa vyradilo veľmi úzky obdĺžnik.</p>	 <p>Dieťa vyradilo lichobežník.</p>	 <p>Dieťa vyradilo ihlan.</p>
<p>A: Je to také kruhaté ale placaté ako valček? B: Nie. (deťom vysvetlím, kedy nastala chyba, pri opisani ktorého geometrického tvaru)</p>  <p>Dieťa vyradilo ovál.</p>		
<p>2. KUŽEL</p> 	<p>A: Dá sa z toho postaviť Eifelovka a je to aj Eifelovka? B: Nie.</p>  <p>Dieťa vyradilo kužeľ.</p>	<p>A: Má to tri strany a stavia sa tiež z toho Eifelovka? B: Nemá.</p>  <p>Dieťa vyradilo štvorec.</p>
<p>A: Je to také trochu krátke a môže sa tam aj sadit'? B: Nie.</p>  <p>Dieťa vyradilo obdĺžnik.</p>	<p>A: Vyzerá to na havkovu misku, že z nej papá? B: Nie.</p>  <p>Dieťa vyradilo lichobežník.</p>	<p>A: Má to tri strany a je to špicaté zhora? B: Nie.</p>  <p>Dieťa vyradilo veľmi úzky obdĺžnik.</p>

<p>A: Päť strán to má a je to aj Eifelovka? B: Nie.</p>  <p>Dieťa vyradilo ihlan.</p>	<p>A: Je to kruhaté a je to ako lopta? B: Nie.</p>  <p>Dieťa vyradilo kruh.</p>	<p>A: Je to také placaté ako valček a je to guľaté? B: Nie.</p>  <p>Dieťa vyradilo ovál.</p>
<p>A: Štyri strany to má a je to placaté? B: Nie.</p>		

Správny tvar bol vyradený ako prvý. Chyba teda nastala u dieťaťa, ktoré sa pýtalo: „Dá sa z toho postaviť Eifelovka a je to aj Eifelovka?“, pričom kužeľ pomenovalo ako Eifelovka. Druhé dieťa odpovedalo „Nie.“, na základe toho, že si mohlo myslieť že tvar, ktorý háda druhý hráč je ihlan.

<p>3. LICHOBĚŽNÍK</p> 	<p>A: Má to tri strany? B: Nie.</p>  <p>Dieťa vyradilo „predĺžený“ trojuholník.</p>	<p>A: Má to štyri strany? B: Áno.</p>  <p>Dieťa si vyradilo tvary so štyrmi stranami.</p>
<p>A: Ešte je tu jeden so štyrmi. Ešte jeden. Ešte jeden. Ešte jeden je tu štyri. Je to ako Eifelovka? Je to kruhaté ako lopta? B: Nie.</p>  <p>Dieťa vyradilo kruh a ovál.</p>	<p>A: Osem strán to má? B: Nie.</p>  <p>Dieťa vyradilo kocku.</p>	<p>A: Má to tri strany? B: Nie.</p>  <p>Dieťa vyradilo trojuholník.</p>

<p>A: Je to trochu ako košík? B: Áno.</p> 	<p>A: Je to ako havkova miska? B: Áno.</p> 	
---	---	--

Deti si ukázali geometrický tvar, pretože pomenovať tento tvar v tomto období ešte nevedia.

3.3 Vyhodnotenie hry

V obidvoch vekových obdobiach detí sme mali možnosť nahliadnuť na to, akú preukazujú úroveň komunikačných schopností, ako sú schopné pomocou vlastností opísať jednotlivé tvary ale i to, aké je ich geometrické myslenie a predstavy. Požadovaný cieľ, ktorý sme stanovili na začiatku, pred samotným realizovaným matematicko-didaktickej hry „Uhádni na čo sa pozerám“, bol splnený. Jednotlivé otázky detí sú ukazovateľom a odrazom toho, aké slovné spojenia, či výrazy dieťa v danom vekovom období používa. Aký posun nastáva v geometrickom myslení detí v danom vekovom období sme uviedli v tabuľke č. 2.

Tvary a pojmy	5 rokov	6 rokov
Štvorec	štyri špice, kocka	štyri strany, ako kocka, nestavia sa s tým, ako kocka, ale nie je to kocka, tenké, ale stále to nie je kocka.,
Obdĺžnik	dlhé, veľmi dlhé, veľký valček, skoro valček, dve dlhé strany a dve krátke, veľké a podobá sa to ako obdĺžnik	úzke, má to dlhé horné končeky a krátke, také krátke krajné končeky, dlhé, má to z jednej strany dva krátke konce, zospodu a zhora dlhé konce, strašne dlhé, trochu krátke a môže sa tam aj sadiť
Trojuholník	Špicaté	tri strany, z každej jednej strany špic, štyri strany - z jednej strany rovné, z druhej tiež, ale z jednej je to šikmé,
Kruh	gul'até, okrúhle ako kružko	skoro ako lopta, neskáče to,

		okrúhle, placaté
Lichobežník	Lod'ka	miska havka, havkova miska, trocha ako košík
Ovál	gul'até, rozšírené	oválne trošku, trošku aj pl'acaté, také tenké a troška aj pl'acaté, skoro ako kruh, rozťahnuté, placaté ako valček, okrúhle
Kocka	štyri strany	ako kocka, hrubé ako kocka, osem strán, takých špicov/končekov špicatých, robí sa z toho veža
Ihlan	-	pyramída, nie je to postavené a nemá to ani vchod, má to päť strán, štyri čo sa spájajú a jeden zospodu, má to päť a skladá sa z toho vrch, päť strán, Eifelovka
Kužel'	špicaté, horník, dole má okrúhle niečo, jedno špicaté	jedna vežička, špic ako vežička na kostolíku, jeden hore roh, zospodu také kruhaté, Eifelovka
Stena	-	štyri rovinky, strana
Vrchol	kraj, špic	špic, konce, končeky špicaté, roh
Strana	-	Strana
Hrana	-	-

Tabuľka č. 2: Pojmy používané u detí v daných vekových obdobiach

Ostatné pojmy ako napr. *úzký, dlhý, krátky, gul'atý, hranatý, okrúhly, špicatý, oválny* patria medzi tie, ktoré sme bližšie popísali v druhej kapitole podľa Bednárovej a Šmardovej V. Ďalej to boli pojmy ako *šikmé*, či *rozšírené*. Používanie jednotlivých slov u detí bolo na požadovanej vývinovej úrovni zodpovedajúcej vekovým osobitostiam detí. Keď malo niektoré dieťa problém v opise geometrického tvaru, používalo pomenovania podľa toho, na čo sa mu daný tvar podobal. Tie sú zaznamenaná vo vyššie uvedenej tabuľke. Pomáhali si aj pojmi ako napr. *pl'acaté/placaté a kruhaté*. U týchto detí v rôznych vekových obdobiach sme si mohli všimnúť, že staršie deti vo veku 6 rokov si boli istejšie pri opisovaní vlastností geometrických tvarov, s ľahkosťou kládli otázky a odpovedali. Problém nastal pri sčítaní vrcholov kocky rovnako ako aj u päťročných. Tu sme mali možnosť postrehnúť, že popis vlastností a charakteristických znakov priestorových útvarov je problematickejšie. Preto sme zaradili aj priestorové geometrické

tvary, na základe čoho sme mohli pozorovať vyjadrovanie a argumentáciu detí aj pri opise týchto útvarov. V rámci celej činnosti sme sa mohli obohatiť o skúsenosti v práci s deťmi a bližšie pochopiť a nazerať do geometrického myslenia detí.

ZÁVER

V bakalárskej práci sme sa zamerali na rozvoj geometrického myslenia u detí predškolského veku i na aktivity vychádzajúce z teórie van Hieleho podporujúce jeho rozvoj. Cieľom bolo v rámci matematicko-didaktickej hry „Hádaj na čo sa pozerám“, ktorú sme realizovali v materskej škole, skúmať schopnosť detí určovať a popisovať geometrické útvary a ich vlastnosti. V práci sme sa venovali aj „jazyku matematiky“ u detí a slovnému vyjadrovaniu a geometrickým pojmom.

Každé dieťa disponuje určitým predpokladom k učeniu sa. Je len na učiteľovi, aby správne podchytil jeho záujem a spontánnosť v učení sa v tomto dôležitom vývinovom období dieťaťa. Dieťa je hravé, zvedavé, prejavuje záujem o nové poznatky, preto je jeho rozvoj spätý s viacerými oblasťami poznávania a jednou z nich je oblasť geometrických poznatkov.

Pre správne vcítenie sa do role dieťaťa, jeho poznávania a rozvoja v oblasti geometrie sme v prvej kapitole upriamili pozornosť na geometriu ako jednu z dôležitých disciplín matematiky, geometrické predstavy, vznik pojmov v geometrii či poznávací proces dieťaťa. To akým spôsobom dieťa poznáva a kedy je schopné prijímať nové informácie čo najkvalitnejšie predstavujú jednotlivé časti poznávacieho procesu. V druhej kapitole sme venovali pozornosť rozvoju geometrického myslenia a aktivitám, ktoré pomáhajú pri jeho rozvoji.

V praktickej časti, ktorá je obsahom tretej kapitoly sme mali možnosť nahliadnúť na to, akú preukazujú úroveň komunikačných schopností detí predškolského veku, ako sú schopné pomocou vlastností opísať jednotlivé tvary ale i to, aké je ich geometrické myslenie a predstavy. Cieľ, ktorý sme si stanovili na začiatku a ktorý sme chceli dosiahnuť aplikovaním matematicko-didaktickej hry „Hádaj na čo sa pozerám“ bol splnený. Jednotlivé otázky detí, ich argumentácia a vyjadrovanie sú ukazovateľom a odrazom toho, aké slovné spojenia, či výrazy dieťa v danom vekovom období používa. Tiež i to, či sa zhodujú s tými, s ktorými ma dieťa v týchto určitých vývinových obdobiach disponovať.

Napriek zisteniam pri realizácii didaktickej hry, ktorá je vývinovým ukazovateľom vývinu dieťaťa v oblasti geometrických poznatkov a slovného vyjadrovania u detí by sme mohli poznamenať, že ako aj dôležitou tak aj nevyhnutnou zložkou výchovno-vzdelávacej činnosti detí je začleňovanie a plánovanie takých aktivít a hier v predškolskom veku, ktoré

podnecujú rozvíjanie geometrického myslenia či predstáv a pomáhajú dieťaťu chápať podstatu jednotlivých predmetov vo svete.

ZOZNAM POUŽITEJ LITERATÚRY

- BARTÚŠKOVÁ, M. 1970. *Pedagogika predškolského veku*. Bratislava: Slovenské pedagogické nakladateľstvo, 1970. 332 s.
- BEDNÁŘOVÁ, J. - ŠMARDOVÁ, V. 2008. *Diagnostika dítěte předškolního věku: co by dítě mělo umět ve věku od 3 do 6 let*. 1. vyd. Brno: Computer Press, a.s., 2008. 212 s. ISBN 978-80-251-1829-0.
- BLAŽKOVÁ, R. *Rozvoj matematických pojmu a představ u dětí předškolního věku*. Elportál [online]. Brno: Masarykova univerzita, 2010. [cit. 2014.01.23.] Dostupné na internete: <<http://is.muni.cz/do/rect/el/estud/pdf/js10/rozvoj/web/pages/geometricke-predstavy.html>>
- BRINCKOVÁ, J. 2001. *Tvorivé dielne 2 zamerané na didaktické hry v geometrii ZŠ*. UMB v BB, PF, KM, 2001. 42 s. ISBN 80-8055-526-5.
- DIVÍŠEK, J. 1987. *Metodika rozvíjania matematických predstáv v materskej škole*: Učebnica pre 3. ročník stredných pedagogických škôl. Bratislava: SPN, 1987. 112 s.
- DOČKAL, V. 2000. *Rozvíjanie schopností detí predškolského a mladšieho školského veku – Štyri stimulačné programy*. VÚDPAP, 2000. 157 s. ISBN 80-967423-1-0.
- DUCHOVIČOVÁ, J. – LAZÍKOVÁ, A. 2008. *Rozvoj osobnosti dieťaťa a profesionalita učiteľky v materskej škole*. Bratislava: Vydavateľstvo IRIS, 2008. 249 s. ISBN 978-80-89256-28-0.
- FULIER, J. a kol. 2011. *Niektoré aspekty reformy matematického vzdelávania*. Nitra: Univerzita Konštantína Filozofa, 2011. 240 s. ISBN 978-80-558-0013-4.
- FULIER, J. 2001. *Motivácia a tvorivosť vo vyučovaní matematiky*. Nitra: Univerzita Konštantína Filozofa, 2001. 269 s. ISBN 80-8050-445-8.
- GÁBOR, O. – KOPANEV, O. – KRIŽALOKOVIČ, K. 1989. *Teória vyučovania matematiky pre študentov matematiky učiteľského štúdia na univerzitách a pedagogických fakultách I*. Bratislava: SPN, 1989. 328 s. ISBN 80-08-00285-9.
- HEJNÝ, M. – KUŘINA, F. 2001. *Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování*. Praha: Portál. 2001. 187 s. ISBN 80-7178-581-4.
- HEJNÝ, M. – NOVOTNÁ, J. – STEHLÍKOVÁ, N. 2004. *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky*, 1. a 2. díl. Praha, 2004. 244 s. ISBN 80-7290-189-3.
- HOPKINS, CH. – POPE, S. – PEPPERELL, S. 2004. *Understanding Primary Mathematics*. London: David Fulton Publisher, 2004. 256 p. ISBN 1-84312-012-7.

- JONES, C. – CLAMP, P. 1999. *Matematika na dlani – Viac ako 500 hesiel názorným spôsobom vysvetľuje význam matematických pojmov*. Bratislava, 1999. 168 s. ISBN 80-07-01010-6.
- KOŠČ, L. 1972. *Psychológia matematických schopností*. Bratislava: Slovenské pedagogické nakladateľstvo, 1972. 280 s. ISBN 67-233-72.
- ORELOVÁ, D. 2013. *Rozvoj matematických predstáv v predškolskom veku – Osvedčená pedagogická skúsenosť edukačnej praxe*. Bratislava: Metodicko-pedagogické centrum, 2013. 29 s. Dostupné na internete: http://shared.mpc-edu.sk/web/OPSOSO%20IV.%20kolo%20vyzvy%20na%20poziciu%20Odborny%20poradca%20vo%20vzdelavani/OPS_Orelova%20Drahusa%20-%20Rozvoj%20matematickych%20predstav%20v%20predskolskom%20veku.pdf
- PAVLOVIČOVÁ, G. 2012. *Niektoré kľúčové názory na rozvoj matematických predstáv*. Nitra, 2012. 82 s. ISBN 978-80-558-0127-8.
- PAVLOVIČOVÁ, G. – ŠVECOVÁ, V. 2009. *Pracovné dielne z geometrie*. Nitra, 2009. 102 s. ISBN 978-80-8094-566.4.
- PAVLOVIČOVÁ, G. 2010. Stavby z kociek a priestorové zručnosti vo vyučovaní geometrie. In *Konstruktivizmus vo vyučovaní matematiky a budovanie geometrických predstáv*. 1. vyd. Nitra: FPV UKF, 2010, s. 23-29. ISBN 978-80-8094-723-1.
- SARAMA, J. – CLEMENTS, D. H. 2008. Mathematics in early childhood. In SACHARO, O. N., SPODEK, B. *Contemporary perspectives on mathematics in early Childhood Education*. Charlotte: Ingormation Age Publishing Inc., 2008, p. 67-94. ISBN 978-1-59311-637-8.
- SVITEK, V. 1969. *Logické základy geometrie*. Bratislava: Slovenské pedagogické nakladateľstvo, 1969. 320 s.
- ŠEDIVÝ, O. – VALLO, D. 2009. *Základy elementárnej geometrie*. Nitra, 2009. 126 s. ISBN 978-80-8094-623-4.
- ŠIKULOVÁ, V. 2001. *Zmyslová výchova a základy matematických predstáv – Metodický materiál pre prípravný ročník špeciálnej základnej školy pre žiakov s mentálnym postihnutím*. Bratislava: Štátny pedagogický ústav, 2001. 51 s. ISBN 80-85756-58-7.
- ŠIMOVÁ, G. – DARGOVÁ, J. 2001. *Tvorivé dieťa predškolského veku*. Prešov: Rokus, 2001. 64 s. ISBN 8089055117.
- Van de WALLE - JOHN, A. *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentaly* [online]. 4th ed. Boston: Allyn and Bacon, 2001. Chapter 17. Geometric

Thinking and Geometric Concepts, p. 306-312. Dostupné na internete:
<<http://www.learner.org/courses/learningmath/geometry/pdfs/session9/van.pdf>>.

VIZIOVÁ, A. 2010. Rozvoj geometrických predstáv s využitím CABRI GEOMETRY II. a riešením zábavných úloh. In *Konštruktivizmus vo vyučovaní matematiky a budovanie geometrických predstáv* 1. vyd. Nitra: FPV UKF, 2010, s. 55-60. ISBN 978-80-8094-723-1.