

**UNIVERZITA KARLOVA V PRAZE**  
**PEDAGOGICKÁ FAKULTA**

Ústav profesního rozvoje pracovníků ve školství  
2012 – 2014

**ZÁVĚREČNÁ PRÁCE**

Ing. Bc. Martina Čáslavová

Řešitelské strategie a obtíže žáků 6. a 7. ročníků u vybraných  
algebraických úloh (prostřednictvím klinických rozhovorů)

**Praha 2013**

**Vedoucí závěrečné práce:**

**doc. RNDr. Nad' a Vondrová, Ph.D.**

### **Prohlášení**

Prohlašuji, že předložená závěrečná práce je mým původním autorským dílem, které jsem vypracovala samostatně. Veškerou literaturu a další zdroje, z nichž jsem při zpracování čerpala, v práci řádně cituji a jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

Souhlasím s prezenčním zpřístupněním své práce v univerzitní knihovně.

V Mělníku dne 5. 12. 2013

Martina Čáslavová

.....  
*vlastnoruční podpis*

## **Poděkování**

Chtěl bych poděkovat paní doc. RNDr. Nadě Vondrové, Ph.D., která byla vedoucí mé závěrečné práce, za její odborné a profesionální vedení včetně rad a pomoci nejen při zpracování této práce, ale i v průběhu celého předchozího studia.

## **Anotace**

Cílem této závěrečné práce je identifikovat řešitelské strategie a obtíže vybraných žáků 6. a 7. ročníků základní školy Jungmannovy sady Mělník u vybraných algebraických úloh. Předložené úlohy byly sestaveny na základě výzkumů TIMSS a PISA, ve kterých čeští žáci nedosáhli dobrých výsledků.

Identifikace řešitelských strategií probíhala prostřednictvím klinických rozhovorů. V průběhu klinického šetření zpracovávali respondenti předložené úlohy, nahlas vyjadřovali své myšlenky, postřehy a domněnky. Mohli si cokoli zaznamenat a okomentovat vlastní postup práce. Žádná odpověď nebyla považována za špatnou. Po každé úloze byli respondenti dotázáni na obtížnost zadané úlohy, na její praktické využití, a zda se s takovou úlohou už někdy setkali.

V analýze dat byla nalezena společná kritéria hodnocení jednotlivých aktivit žáků k posouzení zpracování zadaného úkolu. Data zahrnovala: filmový materiál s popisem postupu žáků, otázky k obtížnosti úlohy a otázky, týkající se osobních údajů. Řešitelé byli rozděleni do skupin podle třídy, do níž chodili v době účasti na výzkumu. Součástí práce je analýza učebnic a odborných článků týkajících se obtíží žáků v zadaném tématu.

Porovnání řešitelských strategií oslovených žáků a analýza jejich prací vedly k identifikaci problémů žáků, uvedené věkové kategorie, při řešení vybraných algebraických úloh.

## **Klíčové pojmy**

Algebraické úlohy, klinické rozhovory, řešitelské strategie, TIMSS, PISA, žák ZŠ.

# OBSAH

ÚVOD	6
<b>1. TIMSS A PISA</b>	<b>8</b>
1.1 Přínos českému školství	9
<b>2. MATEMATIKA NA ZŠ JUNGMANNOVY SADY MĚLNÍK</b>	<b>12</b>
2.1 Matematika na 1. a 2. stupni	12
2.2 Učebnice a výukové materiály	13
<b>3. KLINICKÉ ROZHOVORY</b>	<b>15</b>
3.1 Soubor testových úloh	15
3.1.1 Předpokládané znalosti a zkušenosti žáků – respondentů	18
3.2 Charakteristika experimentátorky	19
3.3 Charakteristika zkoumaného souboru žáků	20
3.4 Použité metody a techniky	24
3.5 Průběh klinických rozhovorů	24
3.5.1 Průběh rozhovorů z hlediska úloh	25
3.5.2 Průběh rozhovorů z hlediska jednotlivých žáků	26
3.6 Analýza dat	27
3.6.1 Výsledky analýzy pro úlohu 1	28
3.6.2 Výsledky analýzy pro úlohu 2	39
3.6.3 Výsledky analýzy pro úlohu 3	43
<b>ZÁVĚR</b>	<b>52</b>
<b>SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY</b>	<b>56</b>
<b>SEZNAM TABULEK A OBRÁZKŮ</b>	<b>59</b>
<b>SEZNAM PŘÍLOH</b>	<b>60</b>

## ÚVOD

„Matematika nestuduje ani přírodu, ani společnost, ani techniku, ani umění. Matematika se zabývá fungováním modelů, které jsou podníceny nejrůznějšími otázkami, které nás zajímají, a to jak v historii, tak i v současnosti a patrně i v budoucnosti.“(Kuřina a kol., 2009)

Matematiku na základní škole můžeme rozdělit do tří okruhů: aritmetiku, geometrii a algebru. Aritmetika seznamuje žáky se světem čísel, geometrie pracuje s obrázky a algebra pracuje s písmeny. První dva okruhy děti objeví velmi brzy, ale algebra nastupuje až později a mnozí žáci ji považují za náročnou. Základním znakem algebraické symboliky je abstraktnost a manipulace se symboly, to bylo a je hlavní příčinou její obtížnosti. Impulsem k mé práci byly mimo jiné nedostatečné výsledky našich žáků ve výzkumech TIMSS a PISA. Jejich národní zprávy však přinášejí jen povšechné výsledky a není z nich zřejmé, co může být příčinou neúspěchu žáků v jednotlivých kritických místech. Jedním z těchto kritických míst byla i výše zmiňovaná algebra. Cílem mé práce tedy bylo identifikovat řešitelské strategie a obtíže při řešení vybraných algebraických úloh (inspirovaných TIMSS a PISA), a to prostřednictvím klinických rozhovorů se žáky 6. a 7. ročníků Základní školy Jungmannovy sady Mělník.

V teoretické části práce jsou popsány dva mezinárodní projekty TIMSS a PISA (kap. 1). Výsledky českých žáků v uvedených projektech vedly k otázkám, týkajících se obtíží, které mají čeští žáci při řešení algebraických úloh. Součástí teoretické části je popis výuky matematiky na Základní škole Jungmannovy sady Mělník (kap. 2), na které probíhaly klinické rozhovory s žáky 6. a 7. ročníků. Kapitola je doplněna rozborem používaných učebnic a výukových materiálů (oddíl 2.2).

V praktické části byly nejdříve vytipovány vhodné úlohy (v rámci projektu GAČR *Kritická místa matematiky – analýza didaktických praktik učitelů*). Kapitola 3 obsahuje rozbor předložených úloh (oddíl 3.1) a rozbor předpokládaných znalostí a zkušeností respondentů, kteří navštěvují Základní školu Jungmannovy sady Mělník. Součástí praktické části je charakteristika experimentátorky (oddíl 3.2) a popis zkoumaného souboru žáků (oddíl 3.3),

kde jsou shrnuty identifikační údaje žáků. Pro získání dat byla použita metoda klinického rozhovoru, která je popsána v oddíle 3.4. Vlastní průběh klinických rozhovorů, podmínky a postup při sběru dat je podrobně popsán v oddíle 3.5.

Oddíl 3.6 analyzuje strategie řešení žáků a identifikuje místa, která byla pro žáky obtížná. Analýza je pro lepší orientaci rozdělena na popis výsledků jednotlivých úloh. V závěru jsou popsány strategie, které žáci použili k řešení předložených úloh a další možnosti výzkumu nejen z hlediska výsledků, ale i z hlediska jednotlivých žáků.

Práce je doplněna seznamem použité literatury. V příloze jsou oskenovány práce žáků a výňatek ze školního vzdělávacího plánu uvedené školy.

## 1. TIMSS a PISA

Úlohy použité v této práci byly vybrány na základě výstupů českých žáků z mezinárodních projektů TIMSS a PISA. Sledování řešitelských strategií oslovených žáků by mělo vést k objasnění problémů při jejich řešení.

TIMSS a PISA jsou mezinárodní výzkumné projekty, které se zabývají srovnáváním vzdělávacích výsledků žáků nejen v matematice. Najdeme v nich rozdíly v chápání pojmu funkční gramotnost, tedy gramotnost matematická, přírodovědná a čtenářská, ale i mnoho společných znaků.

Projekt TIMSS (Third<sup>1</sup> International Mathematics and Science Study; Třetí mezinárodní výzkum matematického a přírodovědného vzdělávání) byl realizován od roku 1995 pod záštitou mezinárodní organizace the International Assotiation for the Evaluation of Educational Achievement (IEA). Tato asociace sdružuje pedagogické výzkumné instituce a vládní výzkumné agentury celého světa a sponzoruje testování TIMSS (ale i další významné projekty zabývajících se srovnáváním vzdělávacích výsledků žáků (jazyková výuka, výuka ICT, vzdělávání k občanství.)

TIMSS byl v roce 1995 proveden ve více než 40 zemích světa, včetně ČR, v roce 1995 s sestával z testů pro žáky a dotazníků pro učitele a ředitele škol. (Průcha a kol., 2009)

PISA je mezinárodní srovnávací studie (the Programme for International Student Assessment) a v porovnání s projektem TIMSS je mladší. Její počátek je datován do roku 2000 a opakuje se v tříletých cyklech. Výzkum financuje OECD (Organisation for Economic Cooperation and development – Organizace pro hospodářskou spolupráci a rozvoj, sdružující 30 nejvyspělejších zemí světa). Organizace byla založena v roce 1961 v Paříži a Česká republika je členem od roku 1995.

Cílem studie PISA bylo zjišťování čtenářské, matematické a přírodovědné gramotnosti adolescentů (zvolen byl věk 15 let, v němž ve většině participujících zemí končí povinné vzdělávání), které budou potřebovat v současném či budoucím životě, ať už jako občané či odborníci na pracovním

---

<sup>1</sup> Projekt TIMSS není prvním projektem, zabývajícím se uvedenou problematikou. Předcházely mu dvě mezinárodní srovnávací studie, týkající se výsledků žáků v matematice.



trhu. PISA je jednou z aktivit organizace OECD. V ČR se výzkum v současnosti realizuje pod záštitou MŠMT České školní inspekce v rámci ESF projektů Kompetence I a Kompetence III.

Rozdílnost projektů TIMSS a PISA spočívá hlavně v pojetí různých přístupů k hodnocení gramotnosti jako takové. Podíváme-li se jen na matematickou gramotnost, pak

- PISA chápe matematickou gramotnost jako „schopnost jedince poznat a pochopit roli, kterou hraje matematika ve světě, dělat dobře podložené úsudky a proniknout do matematiky tak, aby splňovala jeho životní potřeby jako tvořivého, zainteresovaného a přemýšlivého občana a jedinec by měl matematizovat reálné situace“ (Maršák, 2009)
- TIMSS nemá přesně vyhraněnou pozici matematické gramotnosti, ale zabývá se „pojmem matematické gramotnosti původně vázané primárně na představu vytváření určitých kompetencí jedinců pro funkční využívání matematiky v jejich životě. Soustřeďuje především na to, co se žáci mají naučit prostřednictvím kurikula a už méně na to, jak jsou např. schopni aplikovat matematiku k různým sociálním problémům a jak výuka matematiky přispívá k formování žáka jako odpovědného občana či racionálního spotřebitele.“ (Hrubá, 2009)

V projektu TIMSS se hodnotí vzdělávací výsledky žáků s ohledem na osvojení si vědomostí a dovedností, které jsou vymezovány v kurikulárních dokumentech. Sleduje se kurikulum zamýšlené, realizované a dosažené.

Ve studii PISA je škola považována za důležitý zdroj rozvíjení kompetencí. Kurikula většiny participujících zemí, do jisté míry, vždy přispívají k podpoře matematické gramotnosti, jak byla konsensuálně vymezena v projektu PISA.

## **1.1 Přínos českému školství**

Výsledky analýz obou projektů přinesly žákům, učitelům, ředitelům a školám pohled do vlastních řad. Žáci obdrželi listiny s podrobným rozbořením svých vědomostí a dovedností. Jasně viděli, na jakém místě se umístili

v porovnání s českou populací stejně starých dětí. Učitelé mohli vysledovat umístění svých svěřenců v porovnání s dalšími respondenty, názor žáků na uvedený předmět a postavení školy v očích české populace.

„V České republice se od roku 1995 výzkumů TIMSS zúčastnily náhodně vybrané školy z celé ČR. Podle metodiky IEA byly zjišťovány nejen vzdělávací výsledky žáků v matematice a přírodovědných předmětech, ale i názory na tyto předměty a postoje k nim. Dále byly analyzovány příslušné kurikulární dokumenty. aj.“ (Průcha a kol., 2009).

Česká republika se do studií PISA zapojila již v roce 1998. Mezinárodního projektu se účastní žáci z 9. ročníků základních škol, 1. ročníku středních škol a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií.

Projekt TIMSS je koncipován výzkumníky a slouží pedagogickému výzkumu. Projekt PISA přispívá k ovlivnění vzdělávací politiky jednotlivých zúčastněných zemí. Jedná se jak o členské země Evropské unie, tak i země nečlenské, včetně Spojených států amerických.

Poslední výsledky mezinárodního výzkumu TIMSS 2007, zaměřeného na matematiku a přírodní vědy, přinesly další zjištění.

„Výsledky nám umožňují srovnání s rokem 1995. Zatímco v roce 1995 patřili žáci 4. i 8. ročníků mezi neúspěšnější, v roce 1997 už byl zachycen pokles v 8. ročnících, který byl připisován prodloužení školní docházky na 9 let a přesunu některých tematických celků o ročník výše. Toto zhoršení (největší ze všech zúčastněných zemí) pak ovlivnilo srovnání s výsledkem roku 2007, kdy v matematice dále pokračovalo.“ (Hrubá, 2007)

V matematice bylo pozorováno podprůměrné umístění žáků 4. ročníků, žáci 8. ročníků byli v matematice průměrní v celkovém porovnání žáků EU. „Zajímavé je, že v ČR, kde je výuka organizována velmi selektivně, je v obou sledovaných oblastech malý rozdíl mezi dobrými a slabými žáky, nejmenší ze všech evropských zemí.“ (Hrubá, 2007)

Jedním z konkrétních výsledků sekundární analýzy TIMSS 2007 byla identifikace oblastí, které jsou pro české žáky kritické (Rendl, Vondrová, v tisku). Mezi ně patří algebra, konkrétně použití algebraických výrazů v různých situacích a v geometrii. Ve zmíněném článku jsou ukázány výsledky

českých žáků u konkrétních úloh na algebraizaci z TIMSS 2007, ovšem z nich se nedají vyčíst přesnější příčiny neúspěchu. Proto je práce zaměřena na tyto úlohy a na žakovské strategie jejich řešení, a to formou rozhovorů, což umožní tyto příčiny identifikovat (viz kapitola 3).

## 2. MATEMATIKA NA ZŠ JUNGMANNOVY SADY MĚLNÍK

Výzkumu, který je popisován v této práci, se účastnili žáci školy, kde autorka působí. Proto je vhodné se s touto školou blíže seznámit.

Autorka působí na 2. stupni Základní školy Jungmannovy sady Mělník. „Od školního roku 2010/2011 se ve škole vyučuje podle školního vzdělávacího programu „Ruku v ruce“ vytvořeného na základě RVP. Vzdělávací program se opravuje a doplňuje průběžně podle vlastních záměrů a možností (personálních a materiálních podmínek). Ve školním roce 2013/2014 vznikl nový učební plán ŠVP „Ruku v ruce s vědou“, který doplňuje stávající.“<sup>2</sup>

Škola má celkem okolo 600 dětí, 33 učitelů, z toho 29 žen. Škola má 32 učeben, z toho 9 oborových, tělocvičnu, cvičnou kuchyň a chemickou laboratoř.

### 2.1 Matematika na 1. a 2. stupni

Matematika je na Základní škole Jungmannovy sady Mělník vyučována v tomto počtu hodin, viz tabulka:

Tabulka 1: Počet hodin matematiky na ZŠ Jungmannovy sady Mělník

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	Celkem
1. stupeň	5	5	5	5	5					<b>25</b>
2. stupeň						5	5	4	4	<b>18</b>

Na 1. stupni školy působí plně aprobovaní učitelé a vyučuje se matematika podle profesora Hejného. Garantem výuky je lektorka, která je i školitelkou jak vyučujících uvedené školy, tak i dalších základních škol. Ostatní vyučující s lektorkou konzultují a kromě toho navštěvují kurzy a školení nabízená středisky DVPP.

<sup>2</sup> <http://www.zsjungsady.cz/o-skole-1.html>

Na 2. stupni školy působí tři plně aprobovaní učitelé matematiky, s druhou aprobační zeměpisu. Kromě svých aprobačních vyučují uvedení učitelé informatiku a občanskou výchovu, kde též využívají zkušenosti a poznatky z matematiky.

Přípravy a tvorby ŠVP se účastnili všichni vyučující matematiky, společně s vyučujícími fyziky a informatiky. Mnohdy probíhaly vášnivé diskuze nad obsahem učiva v tom či jiném ročníku a nad dotacemi hodin. Vlastní příprava na tvorbu ŠVP spočívala v účasti drtivé většiny učitelů školy na půlročním semináři Kritického myšlení.

## **2.2 Učebnice a výukové materiály**

Dotazem u vyučujících matematiky bylo zjištěno, že uvedená škola pracuje aktivně s učebnicemi matematiky od různých nakladatelů. Hlavním důvodem je požadavek vyučujících na různé druhy příkladů a cvičení. Zatím nebyla na českém trhu učebnic matematiky pro ZŠ objevena ucelená učebnice, která by vyhovovala všem učitelům školy. Je zřejmé, že každý vyučující má jinou představu o žádoucím obsahu učebnic a mnohdy i každá třída potřebuje jiný přístup.

Na 1. i 2. stupni využívají učitelé sadu učebnic více nakladatelství. Kromě toho vyučující využívají informační technologie, buď v podobě programů na noteboocích, které mají žáci v přepravní skříni nebo na počítačích v učebnách informatiky.

Vyučující na 1. stupni využívají převážně učebnice a pomůcky z nakladatelství Fraus (autorského kolektivu vedeného M. Hejným). Sady obsahují pracovní sešity, učebnice a příručky pro učitele, vše bylo vypracováno na základě RVP ZV. Ke zpestření výuky slouží i zavedení interaktivních učebnic stejného nakladatelství.

Některé vyučující 1. stupně využívají učebnice od nakladatelství Alter (Landová, a kol.), hlavně jejich CD-ROM Krtečkova matematika, jako alternativní program pro děti s poruchou matematických schopností. Již několik let využívají děti software Pohádková matematika (od firmy Terasoft a Alík) a Veselá matematika (Silcom). Nainstalované jsou i produkty

Multimedia Art Matematika-chytré dítě 1, 2+3, 4+5; Veselé zlomky. Některé vyučující pracují i s matematikou Didakta.

Na 2. stupni školy pracují vyučující s učebnicemi matematiky z nakladatelství Fraus (Binterová a kol.). Sady obsahuje také pracovní sešity a příručku pro učitele.

Dalším nakladatelstvím, využívaným na škole, je Prometheus. Jedná se o sadu učebnic matematiky rozdělených podle jednotlivých témat (Odvárko, Kadleček). I zde jsou k dispozici pracovní sešity a příručka pro učitele.

Nedílnou součástí výuky matematiky na škole jsou učebnice a pracovní sešity z nakladatelství Nová škola, tedy učebnice a pracovní sešit od autorů (Jedličková a kol.) a pracovní sešity (Rosecká), které jsou určeny pro opakování a procvičování učiva.

Využití výukového softwaru na 2. stupni koresponduje s dotací hodin v daném ročníku a zájmem vyučujícího o moderní metody výuky. Pokud má vyučující rozdělenou třídu alespoň na jednu hodinu matematiky týdně, je zřejmé, že se zájem o výukový software zvyšuje. Využívají se produkty firmy Didakta – Matematika. Finanční gramotnost podporuje program firmy Pachner Peníze kolem nás. Škola vlastní software Dynamická geometrie v rovině a v prostoru.

V současné době pracují vyučující s programem GeoGebra, který je primárně nainstalován na nových noteboocích, které využívají vyučující fyziky a chemie v rámci projektu ESF Přírodní věty moderně a v týmu ke zpracování úloh v programu SpakVue (senzory Pasco).

### 3. KLINICKÉ ROZHOVORY

Jak již bylo řečeno, cílem práce je prostřednictvím klinických rozhovorů se žáky 6. a 7. ročníků Základní školy Jungmannovy sady Mělník získat vzhled do jejich řešitelských strategií a obtíží při řešení vybraných algebraických úloh.

#### 3.1 Testový soubor úloh

Nejdříve bude představen testový soubor úloh, který byl připraven řešitelským týmem projektu GAČR *Kritická místa matematiky – analýza didaktických praktik učitelů* (odpovědná řešitelka N. Vondrová). První úloha byla inspirována úlohou ze šetření PISA a při jejím řešení má žák projevit porozumění vzorci a roli jednotlivých proměnných v něm. Druhá úloha se týká zápisu slovně popsaného výroku číselným výrazem. Třetí úloha pochází ze studie TIMSS a obsahuje spojení mezi jednoduchým algebraickým výrazem a geometrickým útvarem.

#### Úloha 1 - zadání:

##### Soutěž o nejlepší kuchyň

Časopis *Dům a design* užívá bodový systém pro hodnocení nových kuchyní. Kuchyň s nejvyšším počtem bodů získává cenu „Kuchyň roku“. Pět porotců uděluje body podle následujícího systému:

3 body: nadstandardní

2 body: standard

1 bod: pod standardem

Průměrná hodnocení pěti kuchyní od různých výrobců, podle kritérií Praktičnost a Vzhled, lze vyčíst z tabulky. Hodnota Energetická náročnost uvádí index energetické spotřeby, přičemž hodnota 3,0 určuje nejvyšší energetickou spotřebu.

Kuchyň	Praktičnost (P)	Vzhled (V)	Energická náročnost (U)
K1	2,8	2,0	1,0
K2	2,6	1,8	0,4
K3	2,0	2,2	1,8
K4	2,0	3	2,8
K5	2,6	?	0,2

Na výpočet celkového hodnocení časopis používá následující vzorec:

$$\text{celkové hodnocení} = (5 \cdot P) - U + V$$

Úloha testuje čtení a pochopení zadaného textu. Žák má být schopen vysvětlit hodnoty uvedené v tabulce a objasnit zadaný vzorec a dosadit číselné hodnoty do vzorce.

### Úloha 1 - otázky:

a) *Vysvětli, proč je před písmenkem U ve vzorci mínus.*

Žáci mají za úkol objasnit negativní dopad energetické náročnosti na celkové hodnocení kuchyně.

b) *Vypočti celkové hodnocení kuchyně K1.*

Na splnění úkolu musí žáci prokázat znalost práce s daty v příložené tabulce. Jde o správné dosazení do vzorce pro celkové hodnocení. Výpočtem celkového hodnocení pro uvedenou kuchyň žák prokazuje znalost matematických operací s desetinnými čísly.

c) *Jaké ohodnocení by musela získat v kategorii Vzhled kuchyň K5, aby byla celkově lepší než K1?*



Žáci pravděpodobně využijí metodu dopočítávání. Mohou pracovat s danými hodnotami, rozdílem mezi K1 a K5 nebo dosazovat rozdíly hodnot známých kategorií do vzorce. Bude vhodné zjistit, zda považují řešení za jediné nebo zda naleznou i více řešení.

*d) Výrobce kuchyně K4 nesouhlasí se způsobem, jak se určuje celkové hodnocení. Jaký jiný vzorec může navrhnout, aby se jeho kuchyň stala Kuchyní roku?*

V dané úloze žáci pracují s koeficienty, s hodnotami proměnných a jejich aplikací. Jako správné řešení bude přijato libovolné řešení, v němž K4 zvítězí a přitom se respektuje reálný kontext (tedy např. že se energetická náročnost odčítá).

### Úloha 2:

*Zapiš pomocí čísel tyto věty*

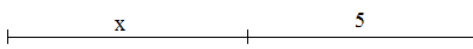
- a) osm zmenšeno o tři pětiny*
- b) tři krát více než sto dvacet pět*
- c) dvojnásobek čísla 27 zmenšený čtyřikrát*
- d) pětinásobek součtu čísel 87,5 a 65*
- e) čtvrtina z podílu čísel 125 a 5*

Jedná se o převedení textu do matematického zápisu. Hlavním bodem zájmu bude sledování pojmenování členů matematických operací a využití jednotlivých matematických operací při zápisu. Budeme sledovat i využití závorek a jejich odůvodnění.

### Úloha 3:

*Která z možností je znázorněna výrazem  $2x + 3x$ ?*

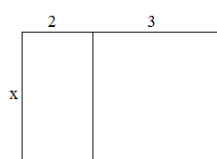
a) Délka této úsečky:



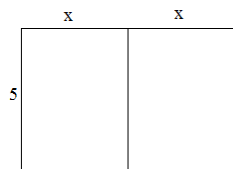
b) Délka této úsečky:



c) Obsah tohoto obrazce:



d) Obsah tohoto obrazce:



V úvodu zadané úlohy se bude sledovat vysvětlení uvedeného výrazu, pochopení  $x$  jako proměnné hodnoty. Následně se bude vyhodnocovat žákův postup při vyjádření jednotlivých situací.

### 3.1.1 Předpokládané znalosti a zkušenosti žáků – respondentů

Úlohy z TIMSS a PISA jsou určeny pro žáky 8., resp. 9. ročníků, nicméně v rámci projektu GAČR se zjišťuje i vývojové hledisko, tedy zda se nějak mění řešitelské strategie a obtíže žáků s věkem. Proto jsou v předložené práci testováni žáci 6. a 7. ročníků (řešitelský proces žáků vyšších ročníků bude předmětem zkoumání v jiné práci). Až na úlohu 1d by i žáci 6. ročníku měli mít zkušenosti s předloženou problematikou (výňatek školního vzdělávacího programu „Ruku v ruce“ Základní školy Jungmannovy sady Mělník je uveden v příloze číslo 1). Práce s daty a grafy byla náplní matematiky na konci 6. ročníku v omezené míře, desetinná čísla se probírala v 6. ročníku. Obsah obdélníku a čtverce žáci znají z 1. stupně. Měli by mít i zkušenost s dosazováním čísel do vzorců pro obsah obdélníku a čtverce, což by jim mělo pomoci u úlohy 1. Zlomky jsou náplní učiva 7. ročníku.

V učebnicích uvedených v oddíle 2.2 byly hledány úlohy podobné těm, které jsou předmětem našeho zkoumání. Po podrobné analýze a po konzultaci s vyučujícími matematiky na výše jmenované škole bylo zjištěno, že podobné úlohy se vyskytují jen v malé míře. Žákům jsou zpravidla předkládány úlohy s jednotným zadáním, nedávající možnost hledání a objevování vlastní cesty k řešení. V novějších vydáních a dotiscích učebnic nakladatelství Fraus a Nová škola, které se na škole využívají, mají s předloženými úlohami nejvíce společného následující témata:

*Matematika Aritmetika 6. ročník, Fraus*

- tabulky a grafy
- hledání dat v předložených tabulkách a grafech
- čtení údajů z grafů

#### *Matematika Geometrie 6. ročník, Fraus*

- neznámá  $x$  v popisu úsečky, čtverce, obdélníku

#### *Matematika desetinná čísla – pracovní sešit, Nová škola*

- práce s daty v tabulce – hledání výsledků
- přepis textu do číselného výrazu.
- porovnávání čísel

#### *Matematika Aritmetika 7. ročník, Fraus*

- tabulky a grafy, hledání dat
- popis a sledování změny dat
- přepis textu do číselného výrazu.
- čtení údajů z grafů

Zastoupení podobných úloh v učebnicích je omezené. Úlohy typu práce s daty, čtení z tabulky, se objevují ve starších učebnicích velmi málo. Více příkladů bylo pak uvedeno v učebnicích nakladatelství Fraus. Ve vysledovaných úlohách z učebnic se pracovalo téměř výhradně s čísly a ne s algebraickými výrazy typu zadaného vzorce pro výpočet celkového hodnocení.

### **3.2 Charakteristika experimentátorky**

Experimentátorkou byla autorka práce, vyučující na Základní škole Jungmannovy sady Mělník. V době konání rozhovorů působila na uvedené škole 14. rokem. Vyučovala předměty Fyzika (6. ročník), Informatika (6. ročník), Výtvarná výchova (6. ročník), Mediální výchova (8. a 9. ročník), Pracovní činnosti – vaření (7. ročník) a Pracovní činnosti – volba povolání (9. ročník). Kromě vyučovaných předmětů spolupracovala s vyučujícími 1. stupně na projektu Matematika s chutí. S vyučujícími matematiky 2. stupně, v pozici IT, instalovala a pomáhala při zaškolení programu Geogebra. V roce 2021/2013 se zapojila do projektu MFF Praha Nadané děti. V roce 2013/2014 spolupracovala na projektu ESF Přírodní vědy Moderně a v týmu jako hlavní metodička mediální výchovy a IT v systému domácí přípravy Moodle.

Většina oslovených řešitelů znala experimentátorku ze školy nebo z pořádaných akcí.

### **3.3 Charakteristika zkoumaného souboru žáků**

Klinických rozhovorů se zúčastnilo celkem 6 žáků ve věku 12 – 13 let, navštěvujících 6. a 7. ročník základní školy. Jednalo se o tři dívky a tři chlapce. Experimentátorka oslovila celkem 11 žáků, z toho 2 odmítli (důvodem byla nechuť účastnit se jakékoliv akce), 2 žáci přinesli záporné vyjádření oslovených rodičů a 1 žák se odstěhoval. Byli vybíráni žáci, kteří jsou komunikativní a v matematice ani neexcelují (s jednou výjimkou), ani nejsou slabí.

Klinického dotazování se účastnili žáci, kteří prošli tradičním pojetím výuky matematiky a kromě toho měli možnost vyzkoušet pracovní listy z nabídky „frausovské“ matematiky na prvním stupni, a to i díky tomu, že se jejich vyučující již setkaly s matematikou pana Hejného prostřednictvím školení a seminářů.

Klinické rozhovory probíhaly na přelomu dvou školních let, proto byli respondenti rozděleni do dvou skupin podle třídy, kterou navštěvovali v době, když se klinických rozhovorů účastnili.

- A žáci a žákyně 6. ročníku, paralelních tříd
- B žáci a žákyně 7. ročníku, paralelních tříd

Oslovení žáci byli pro lepší orientaci označeni podle pohlaví (D – dívka, Ch – chlapec) a očíslováni podle pořadí rozhovoru. Pořadí, v jakém byli řešitelé osloveni, má jen informační charakter pro zpracovatele dat a ukládání filmového materiálu.

Např.: A2D je dívka 6. ročníku, která se účastnila rozhovorů jako 2. v pořadí.

Žáci se klinických rozhovorů účastnili dobrovolně a rodiče byli o prováděném výzkumu informováni a souhlasili s digitálním pořizováním dat za podmínky, že:

- nebude uvedeno jméno a bydliště dítěte
- na pořízeném digitálním záznamu nebude záběr na obličej žáků

O každém z žáků byly zjištěné určité charakteristiky, které jsou shrnuty v tabulce 2 a následně rozvedeny níže.

**A1Ch** Chlapec přišel na školu před dvěma lety, důvodem přechodu byla snaha rodiny o zlepšení úrovně vzdělávání. V kolektivu je více slyšet než vidět. Jde o dobrého počítače s logickým uvažováním, nebojí se zeptat, pokud nerozumí zadání. Vyniká spíše v technických oborech. Plně nevyužívá svůj potenciál, je neustále omlouván rodiči za neplnění úkolů ve škole. Pokud má zájem a podporu, zpracuje zadané úkoly nadprůměrně. Příprava na vyučování pro něj není časově náročná. Udělá jen to, co nejvíce „hoří“.

**A2D** Dívka je od začátku školní docházky na uvedené škole. V kolektivu je oblíbená. S učením nemá problémy, preferuje spíše humanitní předměty. Svoji pílí a vytrvalostí dokáže podat pěkné výkony i v technicky zaměřených předmětech, ale musí vynaložit více úsilí. K udělené práci přistupuje precizně. Má mnoho dalších volnočasových aktivit, ale sama uznává, že čím dál více času věnuje domácí přípravě. Pravidelně se učí a připravuje na vyučování. Pokud nemá vědomosti, zažívá pocit strachu.

**B3Ch** Chlapec je žákem uvedené školy od počátku školní docházky. V kolektivu je odstrkovaný, proto na sebe upoutává různými výstupy. Výsledky má zatím průměrné, ale v poslední době překvapuje doslova „raketovým“ zlepšením výsledků. Na dotaz, co je příčinou, uvedl, že chce nový tablet. Z toho je možné usuzovat, že zatím plně nevyužívá svůj potenciál.

**B4D** Žákyně 7. ročníku, od počátku školní docházky je na uvedené škole. V kolektivu je velmi oblíbená a uznávaná. Dívka je vedena od začátku k velké samostatnosti. Její výsledky odpovídají malému vlivu rodičů, ale s vyšším věkem se její zájem zvyšuje. Má zájem o ruční práce,

maluje a tančí. Velmi dobře a logicky uvažuje a dokáže si sama odpovídat na otázky, potřebuje jen čas na vstřebání informace. Nechá se velmi dobře zaujmout pro různé objevy, pokusy, neotřelé postupy.

**B5D** Dívka přišla na uvedenou školu ve 2. ročníku. S kolektivem nemá problémy. Je uznávaná pro svoje znalosti a dovednosti. Je sportovně vedená, ráda čte. V plnění úkolů je precizní. Patří mezi nejlepší žákyně ve třídě.

**B6Ch** Chlapec se přistěhoval ve 2. ročníku. V kolektivu je oblíbený. Výsledky v humanitně orientovaných předmětech má průměrné. V technicky zaměřených předmětech je znatelně lepší. Z matematiky měl trojku.

Tabulka 2: Identifikační údaje žáků

Žák	B6Ch	B5D	B4D	B3Ch	A2D	A1Ch
věk	13	12	12	12	11	12
pohlaví	ch	d	d	ch	d	ch
třída	7	7	6	7	6	7
Měsíc konání rozhovoru	listopad	září	červen	říjen	červen	červen
poslední známka na vysvědčení	3	1	2	3	1	2
spokojenost s výsledky z matematiky	ano	ano	ano	ne	ano	ne
příprava na matematiku, denně	10 minut	35 minut	30 minut	20minut	60 minut	30 minut
vzdělání rodičů	VŠ	VŠ	SŠ	SŠ, VŠ	VŠ, SŠ	SŠ
počet sourozenců/ pořadí v rodině	3/3	2/1	0/1	0/1	0/1	2/1
zájmy	pc, sport	sport, čtení	malování, ruční práce	Lego, čtení, pc	čtení, stolní hry	pc, čtení, stavebnice

### **3.4 Použité metody a techniky**

Pro získání dat byla použita „explorativní (z lat. explorare – zkoumat) metoda, použitou technikou byl klinický rozhovor. Explorativní metoda je jedna ze základních metod empirického výzkumu. Jejím cílem je vytěžení informací od dotazované osoby (respondenta). Lze ji provádět buď ústní formou klinického rozhovoru, nebo písemně formou dotazníku“ (Chrástka, 2007). V této práci byl použit klinický rozhovor. Nevýhodou této metody je možnost oslovení menšího počtu respondentů z důvodů obsáhlé činnosti při zpracování zjištěných dat. Na druhé straně je tato metody nejvíce vypovídající o sledované osobě. Uvedená metoda se řadí k metodám pedagogického pozorování, podle definice pedagogického slovníku jde o „sledování vnímatelných jevů, zejména chování osob, průběhu dějů. Pozorování můžeme dále třídit na terénní a laboratorní, přímé a zpracované technickým zařízením např. nahráváním, aj.“ (Průcha a kol., 2009). Poslední jmenované bylo využito i v této práci.

### **3.5 Průběh klinických rozhovorů**

Respondenti klinického rozhovoru měli stejné podmínky. Všichni pracovali ve stejné učebně, na stejném místě. Měli dostatek papíru na poznámky, tužky a kalkulačky.

Všichni respondenti obdrželi stejné zadání úloh, každá úloha na zvláštním listu. Časové omezení nebylo určeno. Řešitelé nepřekročili limit 45 minut, což odpovídá jedné vyučovací hodině. Úlohy byly předkládány postupně. První úloha měla delší zápis a byla pro řešitele rozdělena na několik dílčích částí.

U pracovního místa byla na stativu umístěna digitální videokamera, se kterou byli na počátku rozhovoru žáci seznámeni. Byla jim vysvětlena její funkce v klinickém rozhovoru. Sami respondenti si mohli zkontrolovat, že zabírá jen část pracovního stolu s připraveným papírem, tužkou a kalkulačkou.

Co se týče osobního komfortu, byl zajištěn tak, aby splňoval požadavky dítěte uvedeného věku. Na stole byl připraven džbán s vodou, sklenice a hygienické kapesníčky.



Každý respondent byl podrobně seznámen s průběhem klinického rozhovoru a byly mu poskytnuty veškeré záruky, týkající se anonymního zpracování dat.

S respondenty byl proveden počáteční rozhovor týkající se jména, věku dítěte, třídy, jména vyučující/ho matematiky a poslední známky z matematiky na vysvědčení.

V průběhu klinického šetření zpracovávali respondenti předložené úlohy, nahlas vyjadřovali své myšlenky, postřehy a domněnky. Mohli si cokoliv zaznamenat a okomentovat vlastní postup práce. Žádná odpověď nebyla považována za nepřijatelnou, což jim bylo sděleno na počátku práce. Veškeré poznámky k průběhu experimentu jsou obsaženy v příloze této práce. Po každé úloze byli respondenti dotázáni na obtížnost zadané úlohy, na její praktické využití, a zda se s takovou úlohou už někdy setkali.

Poslední otázka po každé úloze byla, zda by uvedenou úlohu byli schopni vyřešit spolužáci ve třídě a zda jim připadá vhodná jako úloha do písemného opakování pro daný ročník.

Po vlastním klinickém šetření byli respondenti osloveni ohledně osobních údajů, týkající se vzdělání rodičů, počtu sourozenců, pořadí respondenta mezi sourozenci, zájmů a zálib.

Nyní stručně charakterizujeme průběh rozhovorů z hlediska jednotlivých úloh a pak z hlediska jednotlivých řešitelů.

### **3.5.1 Průběh rozhovorů z hlediska úloh**

#### **Úloha 1**

Na počátku práce byl řešitelům předložen list s 1. úlohou a byli vyzváni, aby si pročetli zadání a pak začali úlohu řešit. Experimentátorka sledovala jejich práci a dotazy se snažila zjistit, zda chápou tabulku a její jednotlivé položky, zda dokáží rozebrat uvedený vzorec, zda do něj dokáží dosadit čísla. Následoval dotaz na pojem energetické náročnosti. Jedna z položených otázek se týkala vysvětlení otazníku v tabulce u kuchyně K5.

Po celou dobu bylo sledováno pochopení zadání a vlastní řešitelská strategie při řešení jednotlivých částí 1. úlohy.

V neposlední řadě se experimentátorka zajímala o obtížnost zadané úlohy jako celku.

### **Úloha 2**

V další části byl řešitelům předložen list s 2. úlohou a byli vyzváni, aby si přečetli zadání. Tentokrát bylo sledováno čtení a pochopení zadání a schopnost přepsat větu na matematický zápis. Byla sledována četnost využití a vhodné umístění závorek a vysvětlení jejich použití.

V závěru byli žáci dotazováni na obtížnost a hodnocení uvedené úlohy.

### **Úloha 3**

Nakonec byl řešitelům předložen list s 3. úlohou a byli vyzváni, aby si přečetli zadání. V případě problémů byli žáci vyzváni, aby převyprávěli vlastními slovy. Dále se administrátorka zajímala o schopnost pochopit „x“ jako neznámou hodnotu.

V závěru byli žáci dotazováni na obtížnost a hodnocení uvedené úlohy.

### **3.5.2 Průběh rozhovorů z hlediska jednotlivých žáků**

**A1Ch** Chlapec řešil úlohy celkově 43 minut, se zájmem, četl klidně a nahlas.

Pokud potřeboval, požádal o vysvětlení. První úloha se mu zdála jednoduchá a srozumitelně zapsaná. Počítal rychle a správně, často i z hlavy. Správnost výpočtů si kontroloval opětovným dosazením. Zalekl se délky první úlohy. Uvedl, že podobné úlohy v matematice nepočítají. V řešení první úlohy neviděl větší problémy. Druhou úlohu vyřešil bez problémů a zdála se mu snadná. S třetí úlohou měl problémy. Celkově si ztěžoval si na hlučný déšť.

**A2D** Dívka byla od začátku mírně nervózní. Celkově počítala 39 minut.

Uvedla, že pokud nemá vědomosti, zažívá pocit strachu. Úlohy pročítala plynule a nahlas, některé části si přečetla opakovaně. V průběhu výpočtů dělala numerické chyby, ale dokázala je s pomocí opravit. Neměla zábrany se zeptat. Zarazila ji hlavně délka první úlohy.

S postupem času se zdála unavená, což dávala najevo vzdycháním, ale nezastavila se.

**B3Ch** Chlapec neměl problémy s pochopením předloženého textu. Celkový čas na vyřešení úloh byl 33 minut. Předvedl logické uvažování a bezchybné počítání z paměti. Zpracoval práci za nejkratší čas. Úlohy řešil s vyloženým zájmem.

**B4D** Dívka klidně a s rozvahou pročítala zadaný text. Počítala celkem 34 minut. Pokud si nebyla jista, zeptala se. Práci zvládla bez problémů, bez emocí.

**B5D** Dívka měla již od počátku snahu se podceňovat. Celkový čas na vyřešení 38 minut. Při řešení úloh se ztrácela v textu a v číslech. Úlohy jí připadaly zdouhavé a zbytečně natažené. Všechny by zkrátila na základní pokyny: sečti, odečti, vynásob, vyděl, zapiš. Postupem času se zdála unavená a nervózní, protože se stále domnívala, že nerozumí zadání. Z celého zadání byla rozčarovaná a uvedla, že tak těžké úlohy by se měly dávat až v 9. třídě.

**B6Ch** Celkový čas na vyřešení úloh byl 45 minut. Chlapec měl problémy se čtením předloženého textu. Na druhou stranu logicky uvažoval, ale chyboval v matematických operacích a nedokázal sám opravit chyby. Zpracoval práci za nejdelší čas. Předložení úlohy řešil opatrně a nebyl si jistý.

### 3.6 Analýza dat

Data získaná během rozhovorů zahrnovala:

- filmový materiál s popisem postupu žáků u jednotlivých úloh a jeho následný přepis do protokolů
- odpovědi na otázky k obtížnosti úlohy a otázky týkající se osobních údajů a jejich následný přepis do protokolů
- písemné záznamy řešení úloh žáků

Tato data byla podrobně analyzována vzhledem k jevům, které každá z úloh testovala. Protože nás zajímá řešitelský proces různých respondentů pro jednotlivé úlohy, nebudou výsledky zpracovány z hlediska žáků ale z hlediska

úloh. Výsledky analýz budou představeny pro každou úlohu zvlášť a sumarizovány v podobě přehledných tabulek (obsahujících krátké jmenné kódy sledovaných jevů), které budou doplněny slovním komentářem.

### 3.6.1 Výsledky analýzy pro úlohu 1

Na počátku každé úlohy žáci přečetli zadání a zamýšleli se nad pochopením přečteného textu. Většina oslovených žáků četla nahlas a plynule. Žákyně B5D se již v průběhu čtení zadání pozastavovala nad složitostí zadání a přítomností těžkých slov (design).

Co se týče pochopení zadání, neměli žáci větší problémy. Dva žáci se ihned po přečtení úvodní části zeptali na pojem „energetická náročnost“ a ukázkou na příkladech z domácnosti nebo automobilového průmyslu jim bylo podáno vysvětlení, které plně vyhovovalo. Jedna žákyně nepochopila stupnici bodového ohodnocení a nechala si převyprávět jednotlivé položky experimentátorkou. Slovo standardní jí činilo potíže.

Prozkoumání hodnot a dat v tabulce nečinilo většině žáků problémy. Jedna žákyně tabulku nepochopila a potřebovala delší čas na zpracování předložených údajů a jejich vysvětlení. Po prvním řádku byla schopna dovysvětlit zbývající řádky sama. Chlapec B3Ch uvedl, že je pro něj tabulka přehlednější než text.

Vzorce na výpočet celkového hodnocení se zdál všem dotazovaným jasný a dokázali bez potíží vysvětlit označení jednotlivých položek podle tabulky. Kontrolním dotazem bylo zjištěno, že bezpečně naleznou i odpovídající hodnoty. Ani v tomto případě nebyly shledány problémy.

Zamyšlení se nad otazníkem v tabulce probudilo zájem spíše u chlapců, než u dívek. Jedna žákyně uvedla, že jde o nějakou hledanou hodnotu. Ostatní žáci to vzali jako fakt, se kterým se bude asi ještě počítat.

Dvě žákyně se zpočátku zalekly délky úlohy a tabulky. Chlapci délku úlohy nebrali v potaz. Jedna dívka a jeden chlapec žádali o pomoc při vysvětlení položky U.

V tabulce 3 můžeme vidět sledované ukazatele. Znaménko plus znamená bezchybné čtení, správnou odpověď, nalezení hodnoty v tabulce, řešení

vedoucí k požadovanému výsledku. Naopak znaménko mínus znamená problémy s pochopením předloženého textu, neschopnost popsat položky tabulky, problémy s dosazením do vzorce. Text v tabulce stručně popisuje žákovu činnost při řešení úlohy. Pokud je text v uvozovkách, znamená to (zkrácený) popis toho, co žák řekl.

***a) Vysvětlí, proč je před písmenkem U ve vzorci mínus (viz tab. 4)***

Jak bylo uvedeno, jeden žák již při čtení zadání požádal o vysvětlení pojmu. Ostatní dotazovaní uváděli samostatně, že se jedná o zápornou hodnotu, která je špatná pro celkové hodnocení kuchyně. Respondenti se shodli na tom, že čím je uvedená hodnota vyšší, tím odebírá více bodů z celkového hodnocení. Jedna z dotazovaných uvedla, že je to hodnota vydané energie. Žáci pochopili negativní dopad na celkové hodnocení kuchyně.

Tabulka 3: Pochopení zadání úlohy 1

Žák	B6Ch	B5D	B4D	B3Ch	A2D	A1Ch
čtení textu	-/problémy se čtením textu,	-/ problémy se čtením nahlas	+	+	+	+
pochopení textu/nechápe	-/ neorientuje se v textu - úlohu jsem nepochopil	-/vrací se, nechápe „jsem úplně mimo“ -vůbec nechápe hodnocení	-/U +/opět přečíst	+	čte opakovaně text	+
popis dat v tabulce	-/opakuje si data v tabulce k pochopení úlohy	-/nechápe tabulku -rozbor udělených bodů - „na co je tolik dat“	+	+	+	+
čtení a rozbor vzorce	+/ s pomocí	+	+	+	+	+
hledání dat v tabulce	+	+	+	+	+	+
otazník	+	„to dopočítáme“	„co máme určit, dopočítat“	„to dopočítáme“	„vzhled neznámo“	„máme zjistit, jaký je vzhled u K5“
co je to U, chápeš to	- „budeme odčítat“ - „kolik spotřebuje energie“	+ „horší, co nejmíň bodů u U je lepší“	+	+	+	-/ požádá o vysvětlení
obtížnost úlohy	ne	velmi	ano	ne	„ano, je náročná“	ano

Tabulka 4: Vysvětlení mínusu před U

Žák	pochopení zadání	nalezení vzorce	vysvětlení vzorce	vysvětlení U	mínus před U	vyjádřil sám
A1Ch	+	+	+	+	„odečítá se, odebírání“	ano
A2D	+	+	+	+ / „kolik je vydáno energie“	„odečítá peníze“	ano
B3D	+	+	+	+	+	+
B4D	+	+	+	+		ano
B5D	+	+	+	+		+
B6Ch	+	+	+	+ / - „budeme odčítat“ - „kolik spotřebuje energie“	- /po příkladech - „odčítáme tu špatnou hodnotu“	-

**b) Vypočti celkové hodnocení kuchyně K1 (viz tab. 5)**

Většina dotazovaných dosadila hodnoty, které našla v tabulce, do vzorce a postupně se dopracovala k výsledku (15 bodů). Chlapec A1Ch nedosazoval do vzorce, ale počítal jednotlivé operace postupně pod sebe, vedl si vlastní zápis, který byl správný (viz obr. 1)

$$\begin{array}{r}
 2,8 \\
 \cdot 5 \\
 \hline
 14,0 \\
 14 - 1 = 13 \\
 13 + 2 = 15 \\
 \underline{(5 \cdot 2,8) - 1 + 2 = 14 - 1 + 2 = 15 \text{ b.}}
 \end{array}$$

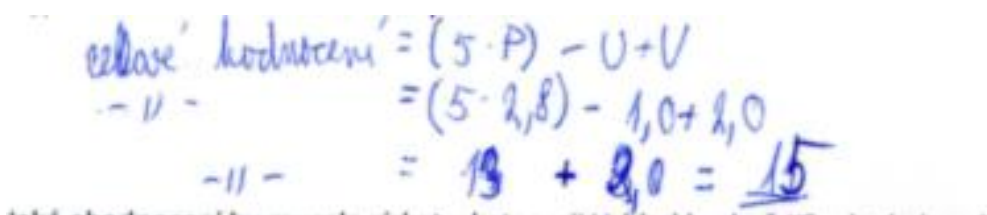
Obrázek 1: Výpočet A1Ch

V této úloze museli žáci projevit dostatečnou znalost práce s daty v tabulce, dosadit do vzorce a provádět matematické operace s desetinnými čísly. Chyby nastaly při nedodržení správného pořadí početních operací.

$$\text{celkové hodnocení} = (5 \cdot P) - U + V$$

$$\text{celkové hodnocení} = (5 \cdot 2,8) - 1,0 + 2,0 = 14 - 3,0 = 11 \text{ bodů}$$

Uvedená žákyně nerespektovala mínus před 1,0 (viz obr. 2). Žákyně A2D ještě neměla zakotveny operace se zápornými čísly, protože se tato oblast probírá až v průběhu 1. čtvrtletí.


$$\begin{aligned} \text{celkové hodnocení} &= (5 \cdot P) - U + V \\ &= (5 \cdot 2,8) - 1,0 + 2,0 \\ &= 14 - 3,0 = 15 \end{aligned}$$

Obrázek 2: Výpočet A2D, po opravě

Žáci uváděli, že se nejdříve počítá se závorkou. V odpovědi polovina žáků neuvedla, že se jedná o body.

**c) Jaké ohodnocení by musela získat v kategorii *Vzhled kuchyň K5*, aby byla celkově lepší než *K1*? (viz tab. 6)**

Otazník žáci pochopili jako neznámou (hledanou) hodnotu. Všichni žáci začali dopočítávat neznámé hodnoty podle uvedeného vzorce. Do vzorce dosadili hodnoty kuchyně K5 a výsledek odečetli od celkového hodnocení nejlepší kuchyně K1 (15 bodů). Pokud nastaly problémy, byly způsobené nepozorností při hledání dat v tabulce. Chybných výsledků dosáhli žáci dílčími chybami v provádění základních matematických operací.

Dotazem bylo zjištěno, zda si žáci uvědomují, že se jedná o nejmenší hodnotu a zda ji dokáží zapsat matematickým zápisem  $V > 2,2$ . Jedna dívka se spletla a uvedla, že hodnota musí být menší než 2,2, ale ihned se opravila.



Tabulka 5: Celkové hodnocení kuchyně K1

Žák	B6Ch	B5D	B4D	B3Ch	A2D	A1Ch
opis vzorce bez chyby	-/ vzorec neopisuje	+	+popis vzorce	+	+	-/nepoužívá, musí se dovést
nalezení dat v tabulce	+	+	+	+	+	+
dosažení hodnot z tabulky	+/dopočítává postupně	+	+	+	+	+
výpočet	-/,to je 2,6, to je nějaký divný“ +opraví výpočet	+/zпамěti	+/ popisuje	+/ne do vzorce	+/ popisuje	+
práce s mat. operací	-/pokud dosadí do vzorce, vyjde mu jiný výsledek (11) -postup popíše - „to nějak nevychází“	+	+ /“nejdříve závorka“	+	-/ po dosazení = 14- 3 =11	+
výsledek	-/dostal jiný výsledek – „to neumím vysvětlit“ - číselná osa, poté si stejně nebyl jistý	+/velmi rychle	+	+	-/oprava	+/rychle spočítá
jednotky výsledku	-	neuveďla	-/ po opravě body, nevidí body	+	+	+/bodů

Tabulka 6: Vzhled K5, aby byla lepší než K1

Žák	B6Ch	B5D	A2D	B4D	B3Ch	A2D	A1Ch
přečtení a pochopení textu	+/dokáže vysvětlit	+/ale něčte nahlas. ihned počítá	+	+	+	+	+
řešení doplněním do vzorce, dopočítáním	+/dopočítávání m	+/dopočítá v ruce	+/"doplním bez V a uvidím"	+/dopočítáním	+/"dopočítám"	+/"doplním bez V a uvidím"	-/nedoplní přímo do vzorce
hledání datK5	+	-/hledá u K2	+	+	+	+	+
dosazení do vzorce	nerespektuje vzorec, počítá postupně	+dosazuje v hlavě	+	+	+	+	-/zapisuje pod sebe, správně
vysvětlení otazníku	+	+	+/"neznámá"	+/"nevíme"	+	+/"neznámá"	
výpočet	+/dopočítá z paměti	-/odhaduje, chyby ve výpočtu	+	+	+	+	-/nepoužívá uvedený vzorec,
určení hodnoty V pro kuchyň K5	+/2,3	+/chybuje v datech, bere k2	-/nevyjde, opraví a dopočítá	+/dopočítá bez problémů	+/dopočítá	-/nevyjde, opraví a dopočítá	dopočítává z hlavy
odpověď		+/dopočítá a jenom 2,2	+/alespoň 3, ale dopočítáním tápe	+/nad 2,2 bodu a vyšší	+	+/alespoň 3, ale dopočítáním tápe	+/dokáže dopočítat
zápis vyšší hodnoty V>2,2	-/ „neumím“ pomoc a opraví se	+/ nad 2,2 V>2,2	-/Tekne, ale nedokáže zapsat V>2,2 „hodnota má být menší“, ale opraví se	+	+N=2,3+ V=<2,3 V<2,3	-/Tekne, ale nedokáže zapsat V>2,2 hodnota má být menší, ale opraví se	+/h<2,2

**d) Výrobce kuchyně K4 nesouhlasí se způsobem, jak se určuje celkové hodnocení. Jaký jiný vzorec může navrhnout, aby se jeho kuchyň stala Kuchyní roku? (viz tab. 7)**

Při čtení zadání se jedna dívka pozastavila nad jeho složitostí a musela si text přečíst několikrát. Další dívka uvedla, že vůbec nechápe, co má dělat.

První kroky při řešení vedly pokusem přes dosazení do vzorce, ale většina žáků zjistila, že tím neodpovídají na uvedenou otázku.

Další kroky při řešení můžeme rozdělit do několika typů.

- 1) Záměna plus za mínus u energetické náročnosti
- 2) Záměna P, V, U ve vzorci
  - a) Celkové hodnocení =  $(5 \cdot V) - U + P$
  - b) Celkové hodnocení =  $(5 \cdot U) - P + V$
- 3) Využití nejvyšší hodnoty V u kuchyně K4
  - a) Celkové hodnocení =  $(5 \cdot V) - U + P$
  - b) Celkové hodnocení =  $(5 \cdot V) - P + U$
  - c) Celkové hodnocení =  $(5 \cdot P) + (V - U)$

Postupným dopočítáváním žáci kontrolovali, jak se zvyšuje či snižuje celkové hodnocení kuchyně.

Jedna žákyně chtěla měnit hodnoty v přímo tabulce, ale nedokázala to výpočtem. Většina žáků se držela pravidla záporné energetické náročnosti, ale jako poslední variantu volili zpravidla i tuto změnu. Nenapadlo je už jiné možné řešení.

### **Závěrečné hodnocení úlohy 1 (viz tab. 8)**

Žáci se shodli na tom, že úloha byla obtížná. Nejvíce se zalekly dívky délky úlohy a množství otázek. U chlapců nevzbudila úloha tak silné emoce, zdála se jim obtížná, ale po přečtení byla pro ně velmi zajímavá. Většině žáků pomohlo opakované přečtení zadání úvodního úkolu stejně jako jednotlivých dílčích úkolů. Tabulku pochopila většina žáků bez problémů, jedna dívka si stěžovala na velké množství dat. Otázky byly jasné a srozumitelné většině žáků. Jedna dívka se stále pozastavovala nad zbytečným množstvím textu a zkrátila by text na nezbytně nutná fakta (po dotázání, jak by text potom

vypadal, uvedla, že by šlo jen o krátká zadání – vypočítej součet, doplň do vzorce, dopočítej hodnotu,...). Zřejmě zde vychází ze svých zkušeností s úlohami v matematice.

Na otázku, zda si myslí, že se jedná o praktickou úlohu, většina žáků uvedla, že ano. Na otázku, zda by byla vhodná pro žáky základní školy, odpověděla většina žáků, že určitě ano. Jedna žákyně by úlohu použila až v 9. ročníku.

První úlohu považovala za obtížnou polovina oslovených žáků.

Zájem o úlohu projeví všichni žáci. Opakované čtení úlohy pomohlo čtyřem žákům. Jedna žákyně uvedla:

B5D: „...chtěla bych více definovat požadavky na řešení, třeba nápovědou. Vyhovovaly by mi jasné pokyny – sečti, odečti, porovnej, doplň, ...“

Na otázku, zda již řešili podobné úlohy, se žáci rozdělili na třetiny. Odpověděli stejným dílem ano, ne, nevím.

Tabulka 7: Vzhled K4, úprava vzorce

Žák	B6Ch	B5D	B4D	B3Ch	A2D	A1Ch
čtení textu a pochopení	-/neví si rady, nechápe vysvětlení	+/ delší čas, ale „proč, vždyť tam je vzorec?“ -stále ji není jasné, proč by měla něco měnit -nechápe, co má tedy dělat	-/ složitě, ale přijde na to	+	+/ dopočítávala by opravena a chápe úpravu vz	+/ využívá (5+V)-U+P/ vztah ověřil výpočtem
využití U u K4	-/„místo toho bych tam dal U“	+	+/ odečíst jen od vzhledu (5P)+(V-U)	+		
hledání hodnot v tabulce	+	+/ ale zaměnila by je +/V-5-P+U	+	+	-/ chybuje	+
popis úpravy vzorce	+	+/ V-5-U+P	+	+/ opíše, dosadí	+	-/ nejdříve dopočítává hodnoty
změna znaménka – na +	+	+	+	+	+	+
záměna P, V a U	-/(5·V)-U+V oprava (5·V)+U+P -/(5·V)-U+V	+/ kontroluje výpočet, počítá rychle, dělá chyby	+	+/(5·V)-U+P (5·P)-U+V	záměna P a V ve vzorci ch=(5·V)-U+P	+/ (5*V)-P+U/zkontroluje výpočet z paměti (5·U)-P+V (5·U)-U+P
dosazení	+	+	+	+	+	+
využití V	+/ „V je nejvyšší“	+	+ (5·V)+U+P (5·V)-U+P	+	+/ u vzhledu by dala krát, protože jde o nejvyšší hodnotu	+/ V je nejvyšší hodnota
využití závorek	+	-/ respektuje přednost násobení	+	+	+	+

Tabulka 8: Závěrečné hodnocení úlohy 1

Žák	B6Ch	B5D	B4D	B3Ch	A2D	A1Ch
obtížná	ano/ - „v tom posledním“	„asi ne, ale nechápala jsem výrazy“	ano	ne	ano	spíše ano
co nejvíce zradilo	U	nic	U	nic	„bála jsem se délky úlohy, tabulky“	délka úlohy
zájem o úlohu	+		+	+	+	+
pomohlo by mi opakované čtení	++	přesně definovat požadavky na řešení, naznačit řešení, nápověda	ano	jasné	napoprvé	+
tabulka	+	+	bez problémů	bez problémů „tabulka je přehlednější“	+	bez problémů
délka úkolu	nevadilo	„dlouhý, zkrátila bych to“	„nevadí, dobře zapsané; více úkolů“	nevadí	vadí	vadí
podobně počítáte	+	ne	ano	ne	ne	ne
praktická úloha	ne/neví, co je praktická	ne	ano	ano	ano	*/využití výpočtu neznámé
pocit neúspěchu	ne	ne	ne	ne	ano	ano

### 3.6.2 Výsledky analýzy pro úlohu 2

#### *Zapiš pomocí čísel tyto věty*

Po přečtení zadání byli žáci osloveni, zda pochopili zadání a většina žáků byla schopna začít pracovat bez pomoci.

#### *A. osm zmenšeno o tři pětiny (viz tab. 9)*

V této úloze pochybila jedna žákyně, která unáhleně a z paměti vypočítala rozdíl čísel osm a tři pětiny. Po opakovaném přečtení úlohy tápala a muselo jí být zopakováno, že jde jen o matematický zápis přečteného textu. Zamotala se v pojmu „zmenšeno“, domnívala se, že jde o dělení. Závorky nepoužila. Ihned po přečtení úlohy žákyně uvedla:

B4D: „Tak tohle vůbec nechápu, to nevypočítám.“

Jeden žák požádal o vysvětlení a „přeložení“ úlohy. Na svoji obranu uvádí:

B6Ch: „To jsme se neučili.“

Dva žáci si pletli odečítání s dělením.

Ostatní řešitelé neměli problémy. Zapsali uvedenou matematickou operaci bez větších potíží a vysvětlili použité závorky.

První úloha „zmenši o tři pětiny“ by byla reálná až od sedmého ročníku. Zlomky a jejich zapsání do číselného výrazu nebyly pro zkoumané žáky problematické. Žáci uměli zapsat jednu třetinu bez problémů.

#### *A. tři krát více než sto dvacet pět (viz tab. 10)*

V této úloze se jeden chlapec pokoušel porovnávat číslo (zapsal  $125 > 3$ ). Nedokázal sám najít řešení a uvedl, že to neumí. Byla mu předložena podobná úloha s menšími čísly (dva krát více než 5). Následně byl schopen správně zapsat matematickou operaci. Jedna žákyně používala  $x$  jako „znaménko násobení“, tedy krát.

B4D: „To je jako 3 krát iks je větší než 125 (a napsal  $3 x > 125$ )? ... $x$  používá jako „znaménko násobení“

Vlastně větu přepsala ne jako celistvý číselný výraz, ale jako proces, slovo od slova. Podobně i chlapec B6Ch.

B6Ch: „Tři krát víc než 125 (a napsal  $3 \cdot > 125$ ) ne, tak ne. Bude to 3 krát menší než 125 (a napsal  $3 \cdot < 125$ ).“

Tabulka 9: Úloha 2a

Žák	přečtení/pochopení	zmenšením se rozumí odečítání	zápis	závorky
A1Ch	+/+	+	+	+
A2D	+/+	+	+	+
B3Ch	+	+	+	+
B4D	+/+	+	+	+
B5D	+/-dopočítává z paměti, zadání přečte, ale nechápe	-/zamotá se a nechápe odečítání	-	-
B6Ch	-/ „to jsme se neučili“	-/ „vydělíme“	+/ nesouhlasí se zápisem	+

Tabulka 10: Úloha 2b

Žák	přečtení/pochopení	krát je násobení	zápis	oprava
A1Ch	+	+	+	+
A2D	+	+	+	+
B3Ch	-/vysvětlení	+	-/ $3 \cdot$ více než	$\cdot/3.125$
B4D	+	+	-/ $3x > 125$ používá x místo krát	$+/3.125$
B5D	+	+	+	+
B6Ch	+	+	-/ $3 \cdot > 125$ , opravuje na $3 \cdot < 125$	$+/3.125$



**B. dvojnásobek čísla 27 zmenšený čtyřikrát (viz tab. 11)**

Jeden žák chyboval ve čtení předloženého textu:

B6Ch: „Dvojnásobek čísla 27 zmenšený třikrát.“

V této úloze si jedna dívka pletla dělení a odčítání. Místo dělení číslem 4, číslo odečítala. Dva žáci prvním pokusem chybovali, ale opravili se.

Tabulka 11: Úloha 2c

Žák	přečtení/pochopení	dvojnásobek čísla/násobení	zmenšení, závorky	závorky
A1Ch	+	+	+	+
A2D	+	+	-/plete si dělení a odčítání	+
B3Ch	+	+	-/odečítal 4	-/oprava
B4D	+	+	-/oprava	+
B5D	+	+	+	-/oprava
B6Ch	-/ „dvojnásobek čísla 27 zmenšený třikrát“	+	+	+

**C. pětínásobek součtu čísel 87,5 a 65 (viz tab. 12)**

Díky předchozím úlohám již žáci pečlivě četli zadání a všichni správně vyřešili předloženou úlohu.

B6Ch: „Je to pět krát 87,5 (a napsal  $5 \cdot 87,5$ ) nebo ne?“

E: „Přečti si pozorně zadání.“

B6Ch: „Pět krát závorka 87,5 plus 65 (a napsal  $5 \cdot (87,5 + 65)$ ).“

Tabulka 12: Úloha 2d

Žák	přečtení/pochopení	pochopení součtu	násobení	závorka
A1Ch	+	+	+	+
A2D	+	+	+	+
B3Ch	+	+	+	+
B4D	+	+	+	+
B5D	+	+	+/-	+
B6Ch	+/ „že pět krát 87,5“	-/oprava, opakované čtení	+	+

**D. čtvrtina z podílu čísel 125 a 5 (viz tab. 13)**

Po přečtení úkolu si žáci pletli matematické operace. Tři žáci si popletli podíl s odčítáním a jeden se domníval, že se jedná o násobení. Po zopakování jednotlivých matematických operací byli žáci schopni úkol úspěšně vyřešit.

Tabulka 13: Úloha 2e

Žák	přečtení	čtvrtina	podíl	opakování členů matematických operací	oprava
A1Ch	+	+	+	-	+
A2D	+	+	+	-	+
B3Ch	+	+	-/uváděl násobení	žákyně si musela zopakovat členy	+
B4D	+	+	-/je odčítání	žák si musel zopakovat členy	+
B5D	+	+	-/podíl je odčítání	-	+
B6Ch	+	+	-/ sčítal by 125+5	-	+

**Závěrečné hodnocení úlohy 2 (viz tab. 14)**

Žáci se rozdělili na dvě skupiny. Polovina uváděla, že úloha nebyla obtížná, druhá část naopak. Na otázku, co je zradilo, uvedli, že nic. Nikdo se

nepozastavil nad tím, že chybovali opakovaně ve stejných matematických operacích. Většině žáků pomohlo opakované přečtení jednotlivých úkolů. Na otázku, zda si myslí, že se jedná o praktickou úlohu, většina žáků uvedla, že ano. Jeden žák řekl, že zažil neúspěch, ale uvedl, že to bylo vlastní nepozorností.

Tabulka 14: Celkové hodnocení úlohy 2

Žák	obtížná	co nejvíce zradilo	zájem o úlohu	opakované čtení	podobné počítáte	praktická úloha	pocit neúspěchu
A1Ch	ano	nic	+	+	ne	ne	ne
A2D	ne	nic	+	ne	ne	ano	ne
B3Ch	ne	nic	+	asi	ne	ano	ne
B4D	ano	U	+	ano	ano	ano	ne
B5D	„asi ne, ale obrázky“	obrázky	+	ne	ne	ne	ano
B6Ch	ano	obrázky	+	ano	ne	ano	ne

B4D: „Nevěděla jsem, jak to mám zapsat pomocí čísel. Nikdy jsem takovou úlohu neviděla, byla nejtěžší.“

Na otázku obtížnosti polovina žáků uvedla, že úloha byla obtížná. Dva žáci si mysleli, že nebyla obtížná a jedna dívka si nebyla jista.

### 3.6.3 Výsledky analýzy pro úlohu 3

*Která z možností je znázorněna výrazem  $2x + 3x$ ? (viz tab. 15)*

Na počátku práce byl řešitelům předložen list s 3. úlohou a byli vyzváni, aby si přečetli zadání. Na základě jejich reakce autorka zpracovala podrobnou tabulku, ve které sledovala řešitelské strategie žáků.

Ihned po přečtení vyvstal problém a to v pochopení  $x$  jako neznámé. Žáci četli  $x$  jako krát. Na dotaz experimentátorky žáci uvedli, že znaménko krát používali na 1. stupni.

A1Ch: „Dva krát plus tři krát.“

B4D: „Dvakrát plus tři krát.“

B5D: „Dvojnásobím to dvakrát.“, „Dvacet  $x$  plus třicet  $x$ .“

Kde vzal poslední řešitel dvacet a třicet se mu nepodařilo vysvětlit.

Po vysvětlení  $x$  jako neznámé hodnoty a opravení znaménka násobení (tečka) byli žáci schopni přečíst výraz správně.

Tabulka 15: Pochopení zadání úlohy 3

Žák	přečtení	oprava	pochopení neznámé $x$
A1Ch	-/ $x$ chápe jako krát	+	+
A2D	+/ $x$ chápe zápis	+	+
B3Ch	+	+	+
B4D	-/ dvakrát plus tři krát	+	+
B5D	-/dvojnásobím to dvakrát 2krát plus třikrát -dvacet a $x$ a třicet $x$	+	neznámou chápe
B6Ch	+/ $x$	+	chápe

A) Délka této úsečky: (viz tab. 16)



Žáci měli problémy s pochopením zobrazené úsečky. Komentovali obrázek takto:

A1Ch: „Je to 2 krát  $x$ , když se to spojí, dá to úsečku.“

Chlapci je podána nápověda formou různých úseček a určení jejich délek. Následně odpoví:

A1Ch: „Délka je 10, protože toto je 5 a je to v polovině, tak  $x$  je taky 5.“

Chlapec se stále nedokáže odpoutat od měření úsečky a toho, že obě části úsečky se jeví jako stejně dlouhé.

A1Ch: „Bylo to 7,5, protože  $x$  je polovina“

Po několikátém vysvětlení a předložení podobných příkladů žák úlohu pochopil a dokázal zformulovat správnou odpověď.

Další žákyně se poprvé spletla, ale opravila se sama.

Žákyně B5D se domnívá, že tohle vůbec „nevypočítá“.

Tabulka 16: Úloha 3a

A	B6Ch	B5D	B4D	B3Ch	A2D	A1Ch
pochopení zadání	-/pomoc	-/polovina	+/	-/+2. pokus	+	-/2. $x$ , když se dvakrát spojí, dá úsečku
vysvětlení výrazu	+	+	+	+	+	+
$x$ je neznámá	-/delší čas	-/po delší době	+	+	+	$x$ je neznámá nechápe
2. $x$ – mat. operace	-	+	-	+	+	-
vysvětlení	+	-	+ / násobení	+	+	+ / nejdříve nechápe, po vysvětlení chápe délku úsečky
délka úsečky	+ / po vysvětlení sestaví	1. $x$ + 5	+	+	+	- / délka je 10, protože vidí polovinu označenou číslem 5, tak $x$ je také 5 - nedokáže se odpoutat od měřitelné hodnoty - na ukázkce vedle vidí stejnou situaci, ale nechápe $x$ jako neznámou - bylo by to 7,5, protože $x$ je polovina

**B) Délka této úsečky: (viz tab. 17)**



Žáci už neměli větší problémy s vyjádřením celkové délky úsečky. Jedna žákyně se spletla a zapsala:

A2D: „Dva plus tři se rovná iks (a napsala  $2 + 3 = x$ “.... první pokus. Tato žákyně neustále používá  $x$  jako znaménko pro násobení.

A1Ch: „Je to dvě plus tři krát iks (napsala  $2 + 3 \cdot x$ ) nebo dvě iks plus tři iks (napsala  $2x + 3x$ )?“

E: „A co si myslíš ty?“

A1Ch: „K tomu výrazu je blíž dvě iks plus tři iks (napsala  $2x + 3x$ ).“

Tabulka 17: Úloha 3b

Žák	pochopení zadání	vysvětlení výrazu	$x$ je neznámá	závorka	vysvětlení	délka úsečky
A1Ch	+	+	+	+/ale nakonec ji nepoužije	+	$2+3 \cdot x$ $2x+3x$
A2D	$-/2+3=x$	-	$-/neustále$ násobí $\cdot x$		+	$2+3+x$
B3Ch	+	+	+	nepoužije	+	$2+3+x$
B4D	+/	+	+	+	+/násobení	+
B5D	+	+	+	+	+	+
B6Ch	+	+	+	+	+	$2+3+x$

**C) Obsah tohoto obrazce: (viz tab. 18)**



Po přečtení nepochopili zadání dva žáci. Jeden žák nazval rovinný útvar čtvercem. Vysvětlení  $x$  jako neznámé hodnoty předložilo pět ze šesti žáků.

A1Ch: „Obrazec je obdélník a jsou tam 3, čára je jeden obdélník.“ ... Žák považuje dělicí čáru za jeden obdélník.

A2D: „Tam jsou tři obdélníky.“ .... Žákyně viděla jeden velký a dva menší.

B5D: „To je obdélník rozdělený na dva obdélníky.“

Všichni žáci uvedli správný vzorec pro výpočet obsahu obdélníku buď zápisem  $S = a \cdot b$  nebo slovy: „Obsah se spočítá jako jedna strana krát druhá strana“. Určit obsah složeného útvaru dvěma žákům činilo značné problémy. Jeden žák dlouze domýšlel výpočet třetího obdélníku, který nedokázal ukázat.

Chlapec B3Ch si třídil myšlenky a zapsal:

B3Ch: „Sečtu iks plus 2 plus 3 (napsal  $x + 2 + 3$ )... Nebo S rovná se iks plus 5 (napsal  $S = x + 5$ ), protože to sečteme“ .... v prvním pokusu si spletl obsah a obvod, ale ani ten nevedl správně.

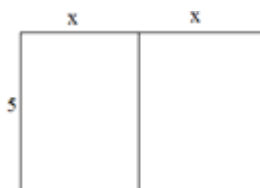
B3Ch: Prohlédl si ještě jednou zadání a řekl: „Es se rovná iks krát závorka 2 plus 3 (a napsal  $S = x \cdot (2 + 3)$ ). Ale to není ten zápis. Tak es se rovná iks krát 2 plus es (zapsal  $S = x \cdot 2 + S$ ).“ ... na otázku, co je to druhé S ukáže prstem na papíře obsah druhého obdélníku... „Tak es rovná se iks krát 2 plus iks krát 3 (napsal  $S = x \cdot 2 + x \cdot 3$ ) a to můžu vyměnit, je to stejné jako dvě iks plus tři iks (napsal  $2 \cdot x + 3 \cdot x$ )“

Tabulka 18: Úloha 3c

Žák	B6Ch	B5D	B4D	B3Ch	A2D	A1Ch
pochození zadání	-/pomoc	+/ obrazec nazve čtverce	+/ +	+	+	-
x je neznámá	+	+	+	+	+	-
vysvětlení	+	-/stále nechápe 2 krát x, jako násobení	+/ násobení	+	+	*/ ale nakonec ji nepoužije
pojmenování obrazce	+	obdélník rozděluje na dva obdélníky	+		-/vidí 3 obdélníky	+
rozdělení na útvary	+	$(2+3) \cdot x$	+		+	-/3
obsah obdélníku obecně	-	+	+	+	+	+
Obsah složeného obrazce	-/ vysvětlení	+	+	-/sčítá $x+2+3$	+	-/ ukázka obrazec je obdélník, -kolik jich tam je -3 -kolik tam je obdélníků - i s čarou? - to je obdélník, stále dokola
odpovídá	+	+/ +	+	„ $S=x+5$ protože to sečteme $S=x \cdot (2+3)$ $S=2+3$ “ a dál neví, opravuje $S = x \cdot 2 + 5$	+	-/ po dlouhém vysvětlování



**D) Obsah tohoto obrazce: (viz tab. 19)**



U posledního zadání většina žáků postupovala s jistotou. Jeden žák potřeboval „nařknout“, že se jedná o podobnou úlohu jako před chvílí. Všichni zodpověděli a zapsali výsledek správně.

Tabulka 19: Úloha 3d

Žák	pochope ní zadání	$x$ je nezn ámá	vysvětl ení	pojmenování obrazce	rozdělen í na útvary/ obdélník	obsah obdélní ku obecně	Obsah složené ho obrazc e	odpovídá
A1Ch	-	-	+	+	+	+	-/+	+
A2D	+	+	+	+	+	+	+	+
B3Ch	+	+	+	+	+	+	+	+
B4D	+	+	+	+	+	+	+	+
B5D	+	+	+	+	+	+	+	+/-
B6Ch	+	+	+	+	+	+	+	+

### ***Závěrečné hodnocení úlohy 3 (viz tab. 20)***

Při závěrečném hodnocení uvedly dvě třetiny žáků, že úlohy byla obtížná. Nejvíce obtížné žákům připadalo rozdělení rovinného útvaru na více částí a požadavek výpočtu obsahu složeného útvaru.

B3Ch: „Spojit více věcí, ty dva obsahy.“

B5D: „Že to má více řešení.“ ... žákyně ukazovala na zápis obsahů složených útvarů ( $S = 2 \cdot x + 3 \cdot x$  nebo  $S = (2 + 3) \cdot x$ )

Na otázku, zda se jim tato úloha připadá praktická, jeden žák nevěděl, jeden uvedl, že ne. Čtyři žáci uvedli ano.

B3D: „Třeba spojit půlku obrázku nebo v otevřeném sešitě to vidím.“

B5D: „Třeba byty, když budu počítat délku jedné stěny u podlahy.“ ... žákyně ukazovala na obrázku neznámou délku pokoje a čísla vyjádřila v metrech.

Zda řeší žáci podobné úlohy i na hodinách matematiky odpověděly dvě třetiny žáků, že ne. Ostatní žáci již podobné úlohy v hodinách matematiky počítali.

Celkově žáci řešili úlohu se zaujetím. Dva žáci uvedli, že u úkolu c) zažili pocit neúspěchu. Jeden žák se necítil dobře z kamery, ale během práce nic neuvedl. Ostatní žáci neuvedli pocity neúspěchu.

Tabulka 20: Celkové hodnocení úlohy 3

Žák	B6Ch	B5D	B4D	B3Ch	A2D	A1Ch
obřížná	ano	obřížná	ano	ano	„jen jsme nechápala to x“	2 lehký, 3 těžký
co nejvíce zradilo	obdélníky	více řešení	3 nechápala jsem vzorce	spojit více věcí „dva obsahy“	x	3
pomohlo opakované čtení	ano		ano	+		
pokud jeden krok, další už pochopila	+		bez problémů	+	+	2 ano, 3 ne
potřebnost úlohy pro 7.	ne	až na konci 9. ročníku	ano, využívá učivo	+	+	ano
podobné počítáte	ne	ne	ano	ne	ano	ne
praktická úloha	ne	ano, byty	ano	„spojit půlku obrázku a půlku obrázku“ +řeba v sešitě otevřeném“	ano	
rušilo tě něco	ne	ne	ne	ne	ne	děšť
pocit neúspěchu	ne	ano	ano u 3	ano	ano, u 3	ano, z kamery

## ZÁVĚR

Cílem závěrečné práce byla identifikace řešitelských strategií a obtíží žáků 6. a 7. ročníků základní školy Jungmannovy sady Mělník u vybraných algebraických úloh, které byly inspirované úlohami z výzkumu TIMSS a PISA.

Klinických rozhovorů se zúčastnilo 6 žáků. Záznamy z jejich práce byly podrobně analyzovány, což vedlo k identifikaci jejich strategií a zejména obtíží.

Předložené algebraické úlohy byly určeny pro žáky 6. a 7. ročníku základní školy. Výsledky jejich práce vedly k zamyšlení, zda jsou žáci schopni tyto úlohy vyřešit nebo nalézt účinnou strategii k jejich řešení.

V první úloze měli žáci za úkol objasnit negativní dopad energetické náročnosti na celkové hodnocení kuchyně. Na splnění úkolu museli žáci prokázat znalost práce s daty v přiložené tabulce. Jednalo se o správné dosazení do vzorce pro celkové hodnocení. Výpočtem celkového hodnocení pro uvedenou kuchyň měli žáci prokázat znalost matematických operací s desetinnými čísly. Vzorec na výpočet celkového hodnocení se zdál všem dotazovaným jasný a dokázali bez potíží vysvětlit označení jednotlivých položek podle tabulky. Kontrolním dotazem bylo zjištěno, že bezpečně naleznou i odpovídající hodnoty v přiložené tabulce. Žáci správně uváděli, že se nejdříve počítá se závorkou. Největší problémy žákům činilo dodržení správného pořadí početních operací po dosazení do vzorce.

V další úloze žáci pracovali s koeficienty, s hodnotami proměnných a jejich aplikací. Jako správné řešení bylo přijato libovolné řešení, v němž K4 zvítězila a přitom byl respektován reálný kontext (tedy např. že se energetická náročnost odčítá). Při řešení úlohy s dopočítáním neznámé hodnoty z tabulky, podle přiloženého vzorce celkového hodnocení, bylo pravděpodobné, že žáci využijí metodu dopočítávání. To se také potvrdilo. Ve většině případů se žáci pokusili o nalezení i dalších řešení, ale dosazením zjistili, že jejich řešení nesplňuje požadavky zadání. Postupným dopočítáváním žáci kontrolovali, jak se zvyšuje či snižuje celkové hodnocení kuchyně. Pokud nastaly problémy, byly způsobené nepozorností při hledání dat v tabulce. Chybných výsledků dosáhli žáci dílčími chybami v provádění základních

matematických operací. Většina žáků se držela pravidla záporné energetické náročnosti, ale jako poslední variantu volili zpravidla i tuto změnu.

Žáci se shodli na tom, že úloha byla obtížná. Nejvíce se zalekly dívky délky úlohy a množství otázek. U chlapců nevzbudila úloha tak silné emoce, zdála se jim obtížná, ale po přečtení byla pro ně velmi zajímavá. Většině žáků pomohlo opakované přečtení zadání úvodního úkolu stejně jako jednotlivých dílčích úkolů. Tabulku pochopila většina žáků bez problémů, jedna dívka si stěžovala na velké množství dat. Otázky byly jasné a srozumitelné většině žáků. Jedna dívka se stále pozastavovala nad zbytečným množstvím textu a zkrátila by text na nezbytně nutná fakta (po dotázání, jak by text potom vypadal, uvedla, že by šlo jen o krátká zadání – vypočítej součet, doplň do vzorce, dopočítej hodnotu,...). Zřejmě zde vychází ze svých zkušeností s úlohami v matematice. Na otázku, zda si myslí, že se jedná o praktickou úlohu, většina žáků uvedla, že ano. Na otázku, zda by byla vhodná pro žáky základní školy, odpověděla většina žáků, že určitě ano. Jedna žákyně by úlohu použila až v 9. ročníku.

Ve druhé úloze se jednalo o převedení textu do matematického zápisu. Hlavním bodem zájmu bylo sledování pojmenování členů matematických operací a využití jednotlivých matematických operací při zápisu. Bylo nutné sledovat i využití závorek a jejich odůvodnění. V této úloze pochybila jedna žákyně, která unáhleně a z paměti vypočítala rozdíl čísel osm a tři pětiny. Po opakovaném přečtení úlohy tápala a muselo jí být zopakováno, že jde jen o matematický zápis přečteného textu. Zamotala se v pojmu „zmenšeno“, domnívala se, že jde o dělení. Úlohy bez zlomků řešili žáci bez problémů a podle zjištění se s takovým typem úlohy již setkali. Více než zlomky však činila žákům problémy záměna matematických operací a pojmenování členů matematických operací. Udivujícím zjištěním bylo využití písmene  $x$  jako „znaménka násobení“ a to u dvou z oslovených žáků. Oba pocházejí ze stejné třídy. Podrobným šetřením bylo zjištěno, že toto označení používali na 1. stupni a přenesli si ho i na 2. stupeň. Bylo jasně viditelné, že uvedeným žákům následně činilo problémy pochopení  $x$  jako neznámé.

Žáci se v hodnocení 2. úlohy rozdělili na dvě skupiny. Polovina uváděla, že úloha nebyla obtížná, druhá část naopak. Žáci chybovali opakovaně ve stejných matematických operacích. Většině žáků pomohlo opakované přečtení jednotlivých úkolů. Na otázku, zda si myslí, že se jedná o praktickou úlohu, většina žáků uvedla, že ano. Jeden žák řekl, že neúspěch při řešení příkládá vlastní nepozornosti.

Třetí úloha obsahovala algebraický zápis, opět se jednalo o látku 8. ročníku. Zápis  $2x$  by žáci v tomto věku nevyhodnotili jako 2 krát  $x$  bez pomoci experimentátorky. Po vysvětlení už neměla většina žáků problémy s uchopením úlohy. Větším problémem bylo vyjádření délky úsečky s neznámou v předloženém zobrazení, kde se jako překážka ukázal fakt, že úsečka se jevila jako rozdělená právě v polovině.

Bylo zajímavé, že vyjádření obsahu rovinného útvaru  $i$  s neznámou v zadání následně nečinilo takové problémy jako u uvedené úsečky. Pokud žáci chybovali, tak záměnou obvodu a obsahu. Při závěrečném hodnocení uvedly dvě třetiny žáků, že úlohy byla obtížná. Nejvíce obtížné žákům připadalo rozdělení rovinného útvaru na více částí a požadavek výpočtu obsahu složeného útvaru.

V učebnicích se tyto úlohy vyskytují omezeně. Byly nalezeny pouze ve sbírkách úloh v sekci rozšiřujících a problematických úloh.

Uvedená zjištění by měla vést k zamyšlení nad větším zastoupením podobně koncipovaných úloh do výuky, jejich pravidelné procvičování a prohlubování znalostí a dovedností žáků v oblasti řešitelských strategií. Úlohy jsou podle našeho názoru vhodnými úlohami pro propedeutiku algebraických výrazů a jako takové by mohly být zařazeny i do výuky 6. a 7. ročníku, tedy ještě před probíráním algebraických výrazů.

Přes uvedená fakta bylo možné konstatovat, že navzdory náročnosti úloh, která přesahovala rámec dosažených znalostí v oblasti matematiky, byli žáci schopni předložené úlohy uchopit a pokusit se o řešení. Ve většině případů byli schopni nalézt účinnou strategii a dopracovali se ke zdárnému výsledku. Stačilo mnohdy velmi málo a i slabší žáci si dovedli poradit.

V dalším možném výzkumu by bylo vhodné zaměřeni nejen na výsledky z hlediska jednotlivých úloh, ale i na výsledky z hlediska jednotlivých žáků. Podobně by se dalo sledovat, zda žáci vyšších ročníků (po probrání algebraických výrazů) budou mít podobnou úspěšnost a zda se nebudou již dopouštět chyb, kterých se dopustili sledovaní žáci. To však bylo již nad rámec dané práce.

Za osobní přínos práce pro mě osobně považuji možnost nahlédnout do myšlenkových pochodů oslovených žáků a sledování jejich strategií při řešení jednotlivých úloh. Uvědomila jsem si, že při výuce je nutné diferencovat práci se žáky a co nejvíce vycházet z jejich zkušeností a znalostí.

## SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

HEJNÝ, M., KUŘINA, F. *Dítě, škola a matematika*. 2. vyd. Praha: Portál, 2009. ISBN 978-80-7376-397-0.

CHRÁSTKA, M. *Metody pedagogického výzkumu*. 1. vyd. Praha: Grada, 2007. ISBN 978-80-247-1369-4.

KUŘINA, F. *Umění vidět v matematice*. 1. vyd. Praha: SPN, 1989. ISBN 80-04-23753-3.

VALIŠOVÁ, A. a kol. *Pedagogika pro učitele*. 2. vyd. Praha: Grada, 2011. ISBN 978-80-247-3357-9.

ZORMANOVÁ, I. *Výukové metody v pedagogice*. 1. vyd. Praha: Grada 2012. ISBN 978-80-247-4100-0.

Kolektiv autorů *Slovník cizích slov*. 2. vyd. Praha: Encyklopedický dům, 1995. ISBN 80-90-1647-0-6.

### Učebnice

BĚLOUN, F. a kol. *Sbírka úloh z matematiky pro ZŠ*. 7. vyd. Praha: Prometheus, 1992. ISBN 80-85849-63-1.

BINTEROVÁ a kol. *Sady pro 6. ročník – Aritmetika, Geometrie, Pracovní sešit, Příručka pro učitele*. 1. vydání. Plzeň: Fraus, 2007. ISBN 978-80-7238-656-7.

BINTEROVÁ a kol. *Sady pro 7. ročník – Aritmetika, Geometrie, Pracovní sešit, Příručka pro učitele*. 1. vydání. Plzeň: Fraus, 2007. ISBN 978-80-7238-656-7.

BOUŠKOVÁ, Z. a kol. *Matematika pro 6. ročník ZŠ – aritmetika - pracovní sešit*. 1. vyd. Praha: SPN, 2007. ISBN 978-80-7235-366-8.

FUCHS, E. a kol. *Standarty a testové úlohy z matematiky pro ZŠ a nižší ročníky víceletých G*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 2000. ISBN 80-7196-169-8.

DYTRYCH, M. a kol. *Sbírka úloh z matematiky pro nižší ročníky víceletých G a pro 2. stupeň Z – Početní úlohy*. 2. vyd. Praha: Fortuna, 2001. ISBN 80-7168-766-9.



- DYTRYCH, M a kol. *Sbírka úloh z matematiky pro nižší ročníky víceletých G a pro 2. stupeň Z – Geometrie a funkce*. 1. vyd. Praha: Fortuna, 2001. ISBN 80-7168-784-7.
- KRUPKA, P. *Sbírka úloh z matematiky pro 2. stupeň ZŠ a nižší ročníky víceletých G – 1. díl*. 3. vyd. Praha: Prometheus, 2002. ISBN 80-7196-188-4.
- KUČINOVÁ, E. *Matematická cvičení s diferencovaným zadáním pro 6. - 9. ročník*. 1. vyd. Praha: SPN, 2004. ISBN 80-7235-259-8.
- PULPÁN, Z. a kol. *Matematika pro 7. ročník ZŠ - aritmetika*. 1. vyd. Praha: SPN, 2008. ISBN 978-80-7235-398-9.
- PULPÁN, Z. a kol. *Matematika pro 6. ročník ZŠ - geometrie*. 1. vyd. Praha: SPN, 2008. ISBN 978-80-7235-365-1.
- PULPÁN, Z. a kol. *Matematika pro 6. ročník ZŠ - aritmetika*. 1. vyd. Praha: SPN, 2007. ISBN 978-80-7235-364-4.
- RENDL, M., VONDROVÁ, N. *Kritická místa v matematice u českých žáků na základě výsledků šetření TIMSS 2007*. Pedagogická orientace, v tisku.
- ROSECKÁ, Z. *Počtářské chvílky – Matematika 7. ročník - zlomky*. 1. vyd. Brno: Nová škola, 2001. ISBN 80-85607-71-9.
- ROSECKÁ, Z. *Počtářské chvílky – Matematika 7. ročník - procenta*. 1. vyd. Brno: Nová škola, 2003. ISBN 80-85607-73-5.
- TREJBAL, J. a kol. *Sbírka úloh z matematiky pro 7. ročník ZŠ*. 3. vyd. Praha: SPN, 1992. ISBN 80-04-25671-6.
- ŽENATÁ, E. *Sbírka úloh z matematiky pro 6. ročník ZŠ s klíčem*. 1. vyd. Praha: Blug, 1999. ISBN 80-85635-99-2.

### **Elektronická média a webové stránky**

- HRUBÁ, I. *V čem se zhoršujeme – TIMSS 2007*. [online]. Praha: RVP, 2007. [cit. 2013-11-15]. Dostupné na : <http://clanky.rvp.cz>
- MARŠÁK, J. *PISA a TIMSS - Různé tváře matematické gramotnosti*, [online]. Praha: RVP, 2009. [cit. 2013-12-01]. Dostupné na : <http://clanky.rvp.cz>

*Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy*, [online]. Praha: MŠMT, 2006

Dostupné na WWW: <http://www.msmt.cz/>

*Sociologický ústav AV ČR*, [online]. Praha: SOÚ, 2005 [cit. 2011-01-03].

Dostupné na WWW: <http://www.soc.cas.cz/>

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání. Praha: VÚP, 2004.

[www.air.org](http://www.air.org).

[www.pisa.oecd.org](http://www.pisa.oecd.org).

<http://timss.bc.edu>.

<http://class.pedf.cuni.cz>.

## SEZNAM TABULEK A OBRÁZKŮ

### Seznam tabulek

<b>Tabulka 1:</b>	Počet hodin na ZŠ
<b>Tabulka 2:</b>	Identifikační údaje žáků
<b>Tabulka 3:</b>	Sběr dat a jejich analýza u zadání úlohy 1.
<b>Tabulka 4:</b>	Hodnocení obtížnosti 1a
<b>Tabulka 5:</b>	Hodnocení 1b
<b>Tabulka 6:</b>	Hodnocení obtížnosti 1c
<b>Tabulka 7:</b>	Hodnocení obtížnosti 1d
<b>Tabulka 8:</b>	Hodnocení obtížnosti úlohy 1
<b>Tabulka 9:</b>	Hodnocení úlohy 2a
<b>Tabulka 10:</b>	Hodnocení úlohy 2b
<b>Tabulka 11:</b>	Hodnocení úlohy 2c
<b>Tabulka 12:</b>	Hodnocení úlohy 2d
<b>Tabulka 13:</b>	Hodnocení úlohy 2e
<b>Tabulka 14:</b>	Celkové hodnocení úlohy 2
<b>Tabulka 15:</b>	Hodnocení zadání úlohy 3
<b>Tabulka 16:</b>	Hodnocení zadání 3a
<b>Tabulka 17:</b>	Hodnocení zadání 3b
<b>Tabulka 18:</b>	Hodnocení zadání 3c
<b>Tabulka 19:</b>	Hodnocení zadání 3d
<b>Tabulka 20:</b>	Celkové hodnocení úlohy 3

### Seznam obrázků

<b>Obrázek 1:</b>	Výpočet B3Ch
<b>Obrázek 2:</b>	Výpočet A2D, po opravě

## **SEZNAM PŘÍLOH**

<b>PŘÍLOHA A – VÝŇATEK ZE ŠVP</b>	<b>I</b>
<b>PŘÍLOHA B – SCREENY PRACÍ ŘEŠITELŮ</b>	<b>II</b>

## **BIBLIOGRAFICKÉ ÚDAJE**

**Jméno autora:** Ing. Bc. Martina Čáslavová

**Obor:** Ústav profesního rozvoje pracovníků ve školství

**Forma studia:** kombinovaná

**Název práce:** Řešitelské strategie pro některé úlohy TIMSS a PISA

**Rok:** 2013

**Počet stran textu bez příloh:** 55

**Celkový počet stran příloh:** 12

**Počet titulů české literatury a pramenů:** 13 + učebnice

**Počet titulů zahraniční literatury a pramenů:** 0

**Počet internetových zdrojů:** 8

**Vedoucí práce:** doc. RNDr. Nad'a Vondrová, Ph.D.

**Matematika 6. ročník:**

- **Opakování 5. ročníku** – aritmetika, geometrie - zápis přirozeného čísla v desítkové soustavě, rovnosti a nerovnosti mezi přirozenými čísly, porovnávání přirozených čísel, zaokrouhlování přirozených čísel, sčítání a odčítání přirozených čísel, násobení přirozených čísel, dělení přirozených čísel, pořadí početních operací, slovní úlohy, zlomky
- **Desetinná čísla a matematické operace s nimi** - zápis a čtení desetinných čísel v desítkové soustavě, souvislost mezi desetinnými čísly a zlomky, znázornění desetinných čísel na číselné ose, porovnávání desetinných čísel a jejich rovnost, zaokrouhlování desetinných čísel, sčítání a odčítání desetinných čísel, násobení desetinných čísel čísly; převody délkových jednotek, jednotek hmotnosti a plošných jednotek, dělení desetinného čísla přirozeným číslem, dělení desetinného čísla desetinným číslem, aritmetický průměr, převod desetinných zlomků a desetinných čísel
- **Geometrie v prostoru a rovině** – úhel, trojúhelník, rozdělení trojúhelníků, trojúhelníková nerovnost, konstrukce trojúhelníků, výšky a těžnice v trojúhelníku, kružnice opsaná a vepsaná trojúhelníku; osová souměrnost, shodnost geometrických útvarů, konstrukce obrazu v osově souměrnosti, osa úsečky, osa úhlu; kvádr, krychle – volné rovnoběžné promítání, objem tělesa v krychlové síti, jednotky objemu, převádění jednotek; síť, povrch a objem kvádrů a krychle
- **Dělitelnost čísel** – přirozená čísla, znaky dělitelnosti, prvočísla a čísla složená, rozklad čísla na součin prvočísel, společný dělitel a násobek, slovní úlohy

**Matematika 7. ročník:**

- **Opakování učiva 6. ročníku** - přirozená a desetinná čísla, úhel a jeho velikost, trojúhelník, dělitelnost přirozených čísel, osová souměrnost, krychle a kvádr
- **Celá čísla a racionální** - znázornění celého čísla na číselné ose, porovnávání celých čísel, absolutní hodnota celého čísla, čísla opačná, sčítání a odčítání celých čísel, násobení a dělení celých čísel, pořadí početních operací, práce s daty, čtení grafů
- **Zlomky** - zápis a čtení zlomku, dělení celku, znázornění zlomků na číselné ose, rozšiřování a krácení zlomků, zlomek v základním tvaru, porovnávání zlomků, rovnost zlomků, smíšená čísla, sčítání a odčítání zlomků, násobení a dělení zlomků, převrácený zlomek, složený zlomek, racionální čísla, porovnávání racionálních čísel, sčítání a odčítání racionálních čísel, násobení a dělení racionálních čísel, pořadí početních operací, slovní úlohy se zlomky
- **Procenta** - vyjádření části celku pomocí procent, výpočet procentové části, slovní úlohy, výpočet počtu procent, slovní úlohy, výpočet základu,

slovní úlohy, grafické znázornění dvou a více částí, určitého celku, diagram sloupkový, kruhový, obdélníkový, úsečkový

- **Středová souměrnost** - středová souměrnost, středově souměrné útvary
- **Shodnost** - základní geometrické útvary a jejich shodnost, shodnost trojúhelníků, věty o shodnosti, konstrukce trojúhelníku podle vět sss, sus, usu
- **Čtyřúhelníky** - základní pojmy, rozdělení čtyřúhelníků, rovnoběžníky a jejich vlastnosti, konstrukce rovnoběžníku, obsah a obvod rovnoběžníku, lichoběžník a jeho vlastnosti, konstrukce lichoběžníku, obsah a obvod lichoběžníku, slovní úlohy
- **Poměr. Přímá a nepřímá úměrnost** - určení poměru, krácení a rozšiřování dvou poměrů, rovnost dvou poměrů, rozdělení celku v daném poměru, převrácený poměr, změna v daném poměru, postupný poměr, slovní úlohy, měřítko mapy a plánu, úměra, pravouhlá soustava souřadnic v rovině, přímá a nepřímá úměrnost, trojčlenka, slovní úlohy, sestavování tabulek, sestrojování grafů v pravouhlé soustavě souřadnic
- **Hranoly** - kolmý hranoly a jejich vlastnosti, povrch a objem hranolů, síť hranolu, slovní úlohy

Příloha II – Screeny prací žáků  
A1Ch - 1

$$\begin{array}{r} 2,8 \\ \cdot 5 \\ \hline 14,0 \end{array}$$

$$14 - 1 = 13$$

$$13 + 2 = 15$$

$$\underline{(5 \cdot 2,8) - 1 + 2 = 14 - 1 + 2 = 15 \text{ b.}}$$

$$\begin{array}{r} 2,6 \\ \cdot 5 \\ \hline 13,0 \\ \hline 13,0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13,0 \\ - 0,2 \\ \hline 12,8 \end{array}$$

$$12,8$$

$$\cancel{hv} > 2,2 = 12,2 + 2 = 14,2$$

~~8~~

$$\cancel{V} (S \cdot V) - P + U$$

~~U~~

$$(S \cdot U) - P + V$$

$$(S \cdot V) - U + P = 5 - 3$$

$$K_S 2,6 P = 2,6 \quad V = 2,4 \quad U = 0,2$$

$$\begin{array}{r} 15,0 \\ - 2,8 \\ \hline 12,2 \end{array}$$

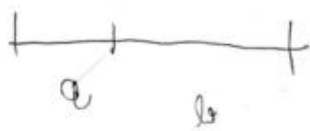
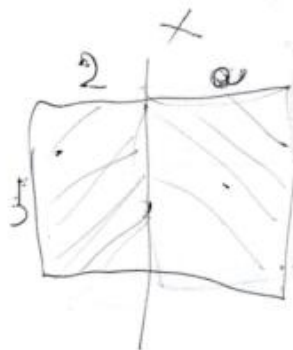
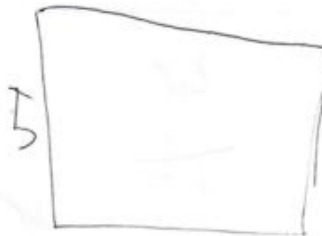
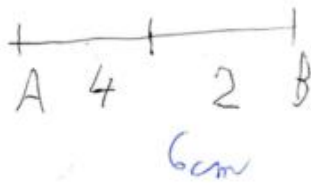


$$b) 125 \cdot 3$$

$$c) (27 \cdot 2) : 4$$

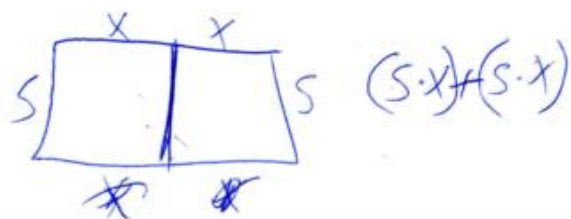
$$d) 5 \cdot (87,5 + 65)$$

$$e) (125 : 5) : 4$$



$$a = b$$

$$2 + 3 \cdot x = \cancel{5 \cdot x} 2 + 3 \cdot x$$



# A2D – 1

## Varianta pro 6. a 7. ročník

### 1. Soutěž o nejlepší kuchyň

Časopis *Dům a design* užívá bodový systém pro hodnocení nových kuchyní. Kuchyň s nejvyšším počtem bodů získává cenu „Kuchyň roku“. Pět porotců uděluje body podle následujícího systému:

- 3 body: nadstandardní
- 2 body: standard
- 1 bod: pod standardem

Průměrná hodnocení pěti kuchyní od různých výrobců, podle kritérií Praktičnost a Vzhled, lze vyčíst z tabulky. Hodnota Energetická náročnost uvádí index energetické spotřeby, přičemž hodnota 3,0 určuje nejvyšší energetickou spotřebu.

Kuchyň	Praktičnost (P)	Vzhled (V)	Energetická náročnost (U)
K1	2,8	2,0	1,0
K2	2,6	1,8	0,4
K3	2,0	2,2	1,8
K4	2,0	3	2,8
K5	2,6	?	0,2

Na výpočet celkového hodnocení časopis používá následující vzorec:

$$\text{celkové hodnocení} = (5 \cdot P) - U + V$$

- a) Vysvětli, proč je před písmenkem U ve vzorci minus.

*Proč? U vyjadřuje index spotřeby energie na kuchyň.*

- b) Vypočti celkové hodnocení kuchyně K1.

$$\begin{aligned} \text{celkové hodnocení} &= (5 \cdot P) - U + V \\ -U - &= (5 \cdot 2,8) - 1,0 + 2,0 \\ -U - &= 14 + 2,0 = 16 \end{aligned}$$

- c) Jaké ohodnocení by musela získat v kategorii Vzhled kuchyně K5, aby byla celkově lepší než K1?

$$\begin{aligned} \text{celkové hodnocení} &= (5 \cdot P) - U \\ -U - &= (5 \cdot 2,6) - 0,2 \\ -U - &= 13 - 0,2 = 12,8 \end{aligned}$$

*15,1 > 12,8*

- d) Výrobce kuchyně K4 nesouhlasí se způsobem, jak se určuje celkové hodnocení. Jaký jiný vzorec může navrhnout, aby se jeho kuchyň stala Kuchyní roku?

$$\begin{aligned} \text{celkové hod.} &= (5 \cdot P) - U \cdot V \\ -U - &= 10 - 2,8 \cdot 3 \\ &= (5 \cdot 2,0) - 2,8 \cdot 3 \\ -U - &= 10 - 8,4 = 1,6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c.h.} &= (5 \cdot V) - U + P \\ \text{c.h.} &= (5 \cdot 3) - 2,8 + 2,0 \\ \text{c.h.} &= 15 - 2,8 + 2,0 \\ \text{c.h.} &= 15 - 0,8 \\ \text{c.h.} &= 14,2 \end{aligned}$$

A2D – 2

2. Zapiš pomocí čísel tyto věty:

a) osm zmenšeno o tři pětiny

$$8 - \frac{3}{5}$$

b) tři krát více než sto dvacet pět

$$3 \cdot 125$$

c) dvojnásobek čísla 27 zmenšený čtyřikrát

$$(27 \cdot 2) : 4$$

d) pětinašobek součtu čísel 87,5 a 65

$$(87,5 + 65) \cdot 5$$

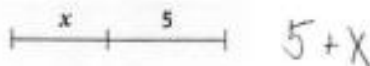
e) čtvrtina z podílu čísel 125 a 5

$$(125 : 5) : 4$$

3. Která z možností je znázorněna výrazem ?

$$2x + 3x$$

A) Délka této úsečky:



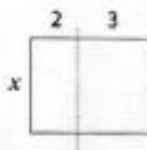
$$5 + x$$

B) Délka této úsečky:



$$2 + 3 + x$$

C) Obsah tohoto obrazce:



$$2x + 3x$$

D) Obsah tohoto obrazce:



$$5x + 5x$$

A2D-3

$$\begin{array}{r} 5 \\ \cdot 4,0 \\ \hline 40 \\ 10 \\ \hline 140 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \cdot 3,6 \\ \hline 30 \\ 10 \\ \hline 18,0 \\ - 0,2 \\ \hline 17,8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2,8 \\ \cdot 3 \\ \hline 8,4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ - 2,8 \\ \hline 7,2 \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ - 4,8 \\ \hline 10,2 \end{array}$$

B3Ch - 1

$$f_{18} (5, 2, 8) - 1,0 + 2,0 = 14 + 2 - 1$$

$$14 - 1 = 13$$

$$13 + 2 = 15$$

$$K1 = 15$$

$$\begin{matrix} 13 \\ (5, 2, 6) \end{matrix}$$

$$13 - 0,2 = 12,8$$

$$V = 2,3 + V < 2,3$$

$$V = +2,3 \quad V < 2,3$$

$$(5, V) - U + P = (30) - 2,8 + 2$$

$$(5, V) + P - U \quad 27,2$$

$$(5, P) - U + P \quad 29,2$$

$$(10) - 2,8 = 7,2 \quad 7,2 + 3 = 10,2$$

B3Ch - 2

$$8 - 3/5$$

$$8 - \frac{3}{5}$$

$$3.$$

$$125 < 3.$$

$$3. < 125$$

$$375 <$$

3. v. of NEI

$$3. \text{ ~~125~~ }$$

$$3. 125$$

$$(2.27) 4$$

$$2.27 - 4$$

$$(875 + 65) 5$$

$$S = X_1 + X_2$$

$$2.3 = 3.2$$

$$\lambda.2 = 2.\lambda$$

$$1x + \cancel{X5}$$

$$S = 2.\lambda + 3.\lambda$$

$$\cancel{X} + 5$$

$$x + 5$$

$$S = 5.\lambda + 5.$$

$$2 + 3 + \lambda$$

$$S = x + 2 + 3$$

$$S = \lambda.5$$

$$\cancel{1/2} S = X.(2+3)$$

$$(125; 5) \cdot \frac{1}{4} S = 2+3$$

$$\cancel{2} S = X + 2$$

$$S = 3$$

$$S = (X.2) + S = X.3$$

$$S = X.3$$

B4D-1

$$= (S \cdot P) - U + V$$

$$h = (5 \cdot 2,8) - 1,0 + 2,0 = 14 - 1 + 2 = \underline{\underline{15}} \text{ b.}$$

$$\begin{array}{r} 2,8 \\ \cdot 5 \\ \hline 14,0 \end{array}$$

$$h = (5 \cdot 2,6) - 0,2 = 12,8$$

$$\begin{array}{r} 2,6 \\ \cdot 5 \\ \hline 13,0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13,0 \\ 12,8 \\ \hline 2,2 \end{array}$$

~~2,2~~  
 $V > 2,2$

$$ch = (S \cdot P) + (V - U)$$

$$ch = P + V + U$$

$$ch = 2 + 3 + 2,8$$

$$ch = 7,8$$

$$ch = (S \cdot V) + U + P \quad ch = (S \cdot U) - U + P$$

B4D-2

$$a) 8 - \frac{3}{5}$$

$$b) 3 \times 125 = 3 \cdot 125$$

$$c) (2 \cdot 27) \cdot 4 = 4$$

$$d) (87,5 + 65) \cdot 5$$

$$e) (125 \div 5) \cdot 4$$

3.

$$(5 \cdot x) + (5 \cdot x)$$

$$\{5 \cdot x \cdot 2\}$$

$$(5 \cdot x) \cdot 2$$



## Varianta pro 6. a 7. ročník

## 1. Soutěž o nejlepší kuchyň

Časopis *Dům a design* užívá bodový systém pro hodnocení nových kuchyní. Kuchyň s nejvyšším počtem bodů získává cenu „Kuchyň roku“. Pět porotců uděluje body podle následujícího systému:

- 3 body: nadstandardní  
2 body: standard  
1 bod: pod standardem

Průměrná hodnocení pěti kuchyní od různých výrobců, podle kritérií Praktičnost a Vzhled, lze vyčíst z tabulky. Hodnota Energetická náročnost uvádí index energetické spotřeby, přičemž hodnota 3,0 určuje nejvyšší energetickou spotřebu.

Kuchyň	Praktičnost (P)	Vzhled (V)	Energetická náročnost (U)
K1	2,8	2,0	1,0
K2	2,6	1,8	0,4
K3	2,0	2,2	1,8
K4	2,0	3	2,8
K5	2,6	?	0,2

Na výpočet celkového hodnocení časopis používá následující vzorec.

$$\text{celkové hodnocení} = (5 \cdot P) - U + V$$

a) Vysvětlí, proč je před písmenkem U ve vzorci mínus.

b) Vypočítí celkové hodnocení kuchyně K1.

$$P=2,8 \quad U=1 \quad V=2$$

$$(5 \cdot 2,8) - 1 + 2 = 15$$

c) Jaké ohodnocení by musela získat v kategorii Vzhled kuchyň K5, aby byla celkově lepší než K1?

$$V \# > 2,2$$

d) Výrobce kuchyně K4 nesouhlasí se způsobem, jak se určuje celkové hodnocení. Jaký jiný vzorec může navrhnout, aby se jeho kuchyň stala Kuchyní roku?

$$V \cdot 5 - P + U = 3 \cdot 5 - 2 + 2,8 = 14,8$$

$$V \cdot 5 - U + P = 3 \cdot 5 - 2,8 + 2 = 14,2$$

B5D – 2

2. Zapiš pomocí čísel tyto věty:

a) osm zmenšeno o tři pětiny

~~$\frac{8}{4}$~~      ~~$8 - \frac{3}{5}$~~      ~~$8 - \frac{1}{5}$~~   
 ~~$8$~~      ~~$8 \Rightarrow \frac{3}{5}$~~

b) tři krát více než sto dvacet pět

$3 \times 125$

c) dvojnásobek čísla 27 zmenšený čtyřikrát

~~$2 \cdot 27 : 4$~~

d) pětinasobek součtu čísel 87,5 a 65

$(87,5 + 65) \times 5$

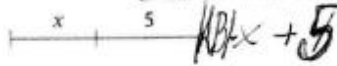
e) čtvrtina z podílu čísel 125 a 5

~~$(125 + 5) : 4$~~      ~~$(125 - 5) : 4$~~      $125 : 5 : 4$

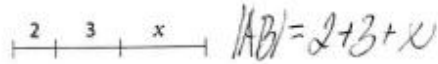
3. Která z možností je znázorněna výrazem ?

$2x + 3x$

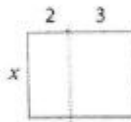
(A) Délka této úsečky:



(B) Délka této úsečky:



(C) Obsah tohoto obrazce:



$(2+3) \cdot x =$   
 $= 2 \cdot x + 3 \cdot x =$

(D) Obsah tohoto obrazce:



$(x+x) \cdot 5 =$

## B6Ch – 1

### Varianta pro 6. a 7. ročník

#### 1. Soutěž o nejlepší kuchyň

Časopis *Dům a design* užívá bodový systém pro hodnocení nových kuchyní. Kuchyň s nejvyšším počtem bodů získává cenu „Kuchyň roku“. Pět porotců uděluje body podle následujícího systému:

3 body: nadstandardní

2 body: standard

1 bod: pod standardem

Průměrná hodnocení pěti kuchyní od různých výrobců, podle kritérií Praktičnost a Vzhled, lze vyčíst z tabulky. Hodnota Energetická náročnost uvádí index energetické spotřeby, přičemž hodnota 3,0 určuje nejvyšší energetickou spotřebu.

Kuchyň	Praktičnost (P)	Vzhled (V)	Energetická náročnost (U)
K1	2,8	2,0	1,0
K2	2,6	1,8	0,4
K3	2,0	2,2	1,8
K4	2,0	3	2,8
K5	2,6	?	0,2

Na výpočet celkového hodnocení časopis používá následující vzorec.

$$\text{celkové hodnocení} = (5 \cdot P) - U + V = 17$$

*Handwritten notes: 2,8 9,0 2,0; 5 \cdot 2,8 + 2 = 17*

a) Vysvětlí, proč je před písmenkem U ve vzorci mínus.

b) Vypočti celkové hodnocení kuchyně K1.

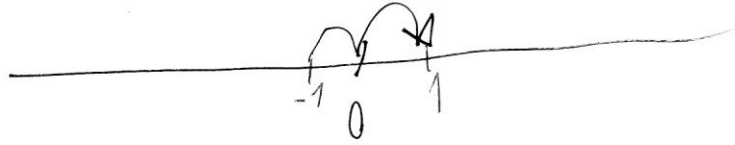
c) Jaké ohodnocení by musela získat v kategorii Vzhled kuchyň K5, aby byla celkově lepší než K1?

d) Výrobce kuchyně K4 nesouhlasí se způsobem, jak se určuje celkové hodnocení. Jaký jiný vzorec může navrhnout, aby se jeho kuchyň stala Kuchyní roku?

$$(5 \cdot V) - U + P$$
$$(5 \cdot U) - V + P =$$

**B6Ch - 2**

$$2,8 = 14 - 1 = 13 + 2 = 15$$



< > =

$$-16 - 0,2 = -12,8$$

$$2,2 >$$

$$> 2,2$$

$$3) - 2,8 + 2 = 14,2$$

**B6Ch – 3**

2. Zapiš pomocí čísel tyto věty:

- a) osm zmenšeno o tři pětiny  $8 - \frac{3}{5}$
- b) tři krát více než sto dvacet pět  $3 \cdot 125$
- c) dvojnásobek čísla 27 zmenšený čtyřikrát  $(2 \cdot 27) : 4$
- d) pětinašobek součtu čísel 87,5 a 65  $5 \cdot (87,5 + 65)$
- e) čtvrtina z podílu čísel 125 a 5  $(125 : 5) : 4$

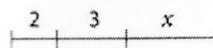
3. Která z možností je znázorněna výrazem ?  $2x + 3x$

Ⓐ Délka této úsečky:



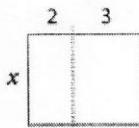
$$5 + x = x + 5$$

Ⓑ Délka této úsečky:



$$2 + 3 + x$$

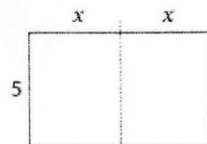
Ⓒ Obsah tohoto obrazce:



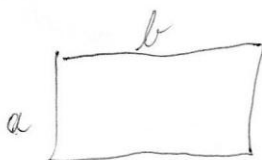
~~$$S = x \cdot 2 + x \cdot 3$$~~

$$S = 2 \cdot x + 3 \cdot x$$

Ⓓ Obsah tohoto obrazce:



$$S = 5 \cdot x + 5 \cdot x$$



$$S = a \cdot b$$